SỰ ĐẶT CHỈNH HÖLDER CHO BÀI TOÁN TỐI ƯU

Lâm Quốc Anh[1], Nguyễn Hữu Danh[2] và Trần Ngọc Tâm[3]
[1]Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ
[2]Khoa Cơ bản, Trường Đại học Tây Đô (Email: nhdanh@tdu.edu.vn)
[3]Khoa Cơ bản, Trường Đại học Nam Cần Thơ

Ngày nhận: *15/3/2018*
Ngày phản biện: *08/4/2018*
Ngày duyệt đăng: *25/4/2018*

TÓM TẮT

Mục tiêu của nghiên cứu nhằm sử dụng các giả thiết về tính lồi mạnh của hàm số thực để thiết lập các điều kiện đủ cho sự đặt chỉnh của bài toán tối ưu tại điểm đang xét. Trong bài báo này, bài toán tối ưu trong không gian định chuẩn được nghiên cứu. Trước hết chúng tôi đề xuất về khái niệm đặt chỉnh Hölder cho bài toán đang xét. Bằng cách áp dụng các giả thiết về tính lồi mạnh và tính liên tục Hölder giảm nhẹ của cả ánh xạ ràng buộc và hàm mục tiêu, chúng tôi đã thiết lập được điều kiện đủ cho khái niệm được đề xuất. Với cách tiếp cận khác so với các kết quả trước đây, kết quả đạt được là kết quả mới và đáp ứng cho những trường hợp mà trước đây không áp dụng được.

Từ khóa: *Bài toán tối ưu, tính lồi mạnh, sự đặt chỉnh Hölder.*

Trích dẫn: Lâm Quốc Anh, Nguyễn Hữu Danh và Trần Ngọc Tâm, 2018. Sự đặt chỉnh HÖLDER cho bài toán tối ưu. Tạp chí Nghiên cứu khoa học và Phát triển kinh tế, Trường Đại học Tây Đô. 03: 148-156.

**Thạc sĩ Nguyễn Hữu Danh, Khoa Cơ bản, Trường Đại học Tây Đô*

1. GIỚI THIỆU

Tối ưu là một chủ đề quan trọng trong toán học và có nhiều ứng dụng trong thực tế. Chính vì vậy mà các chủ đề nghiên cứu về bài toán này luôn dành được nhiều sự quan tâm của các nhà toán học trong nước và trên thế giới. Trong bài báo này, nghiên cứu tính đặt chỉnh của bài toán tối ưu được thực hiện để tìm điều kiện nhằm đảm bảo cho các dãy nghiệm xấp xỉ luôn dẫn đến nghiệm chính xác của bài toán ban đầu. Cần chú ý rằng nếu một bài toán không đặt chỉnh thì không có ý nghĩa về mặt thực tế bởi vì các mô hình toán học hầu như là những xấp xỉ của các bài toán thực tế và do đó nghiệm của bài toán không đặt chỉnh sẽ rất xa với nghiệm của bài toán ban đầu. Như vậy, chủ đề về tính đặt chỉnh rất gần với tính ổn định nghiệm của bài toán. Tính đặt chỉnh của một bài toán có thể hiểu theo hai hướng chính. Hướng thứ nhất là đặt chỉnh được giới thiệu bởi nhà toán học Hadamard (Hadamard, 1902) và thường được gọi là đặt chỉnh Hadamard. Theo đó, một bài toán được gọi là đặt chỉnh Hadamard nếu bài toán đó có nghiệm duy nhất và nghiệm đó phụ thuộc liên tục vào dữ liệu của bài toán. Hướng thứ hai là đặt chỉnh do nhà toán học Tykhonov đề xuất trong (Tykhonov, 1966). Bài toán được gọi là đặt chỉnh Tykhonov nếu nó có nghiệm duy nhất, đồng thời mọi dãy nghiệm xấp xỉ đều hội tụ đến nghiệm duy nhất này (Morgan and Scalzo, 2006). Khái niệm đặt chỉnh Hölder được nhà toán học Bednarczuk đề xuất và nghiên cứu cho bài toán tối ưu (Bednarczuk, 2007). Đây là một vấn đề mới có tính ứng dụng cao và được nhiều nhà toán học trong nước cũng như trên thế giới quan tâm nghiên cứu.

Mục tiêu của bài báo nhằm sử dụng các giả thiết về tính lồi mạnh của hàm số thực để thiết lập các điều kiện đủ cho sự đặt chỉnh của bài toán tối ưu tại điểm đang xét.

Trong Mục 2, chúng tôi trình bày mô hình bài toán và nhắc lại một số khái niệm có sử dụng trong phần tiếp theo. Kết quả chính của bài báo được trình bày trong Mục 3.

2. MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Trong bài báo này, nếu không có giả thiết gì thêm thì X, Λ và M là các không gian định chuẩn. Cho $A \subset X$ là tập con khác rỗng, $K : \Lambda \rightrightarrows A$ là một ánh xạ đa trị có giá trị lồi và $f : A \times M \to \mathbb{R}$ là một hàm giá trị thực. Với mỗi $(\lambda, \mu) \in \Lambda \times M$, ta xét bài toán tối ưu sau:

$$(\mathrm{OP}): \min_{x \in K(\lambda)} f(x, \mu). \tag{1}$$

Với mỗi $\varepsilon \geq 0$ và $(\lambda, \mu) \in \Lambda \times M$, ta kí hiệu tập nghiệm xấp xỉ của (OP) là $S(\varepsilon, \lambda, \mu)$, tức là:

$$S(\varepsilon, \lambda, \mu) = \{\bar{x} \in K(\lambda) \mid f(\bar{x}, \mu) \leq f(y, \mu) + \varepsilon, \forall y \in K(\lambda)\}.$$

Trước hết, ta nhắc lại một số khái niệm cần thiết được sử dụng cho các phần tiếp theo.

Định nghĩa 2.1. (Anh et al, 2012) Cho $f : X \to \mathbb{R}$. Khi đó,

(a) f được gọi là $l \cdot \alpha$ - liên tục Hölder tại $\bar{x} \in X$ nếu tồn tại một lân cận U của $\bar{x}$ sao cho

$$\left| f(x_1) - f(x_2) \right| \le l \left\| x_1 - x_2 \right\|^{\alpha}, \forall x_1, x_2 \in U.$$

(b) f được gọi là $l \cdot \alpha$ - liên tục Hölder calm tại $\bar{x} \in X$ nếu tồn tại một lân cận U của $\bar{x}$ sao cho

$$\left| f(x) - f(\bar{x}) \right| \le l \left\| x - \bar{x} \right\|^{\alpha}, \forall x \in U.$$

Ví dụ sau đây chỉ ra rằng tính liên tục Hölder calm yếu thật sự so với tính liên tục Hölder.

Ví dụ 2.1. Cho $f : [1, +\infty) \to [1, +\infty)$ được xác định như sau

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ \dfrac{1}{x}, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Khi đó, f $1 \cdot 1$ liên tục Hölder calm tại 1. Thật vậy, với mỗi $x \in [1, +\infty)$, nếu $x \in \mathbb{Q}$ thì

$$\left| f(x) - f(1) \right| = \left| x - 1 \right|,$$

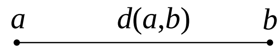
và nếu $x \notin \mathbb{Q}$ thì

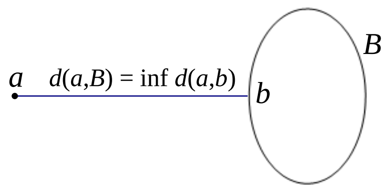
$$\left| f(x) - f(1) \right| = \left| \frac{1}{x} - 1 \right| = \frac{\left| x - 1 \right|}{x} \le \left| x - 1 \right|.$$

Nhưng với $x \ne 1$, tồn tại các dãy $\{x_n\} \subset \mathbb{Q} \cap [1, +\infty)$ và $\{y_n\} \subset [1, +\infty) \setminus \mathbb{Q}$ hội tụ về x. Vì $x \ne \frac{1}{x}$ nên f không liên tục tại x.

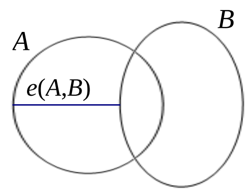
Cho hai tập con $A, B \subset X$, ta nhắc lại định nghĩa về các loại khoảng cách

$$d(a, B) = \inf_{b \in B} d(a, b),$$

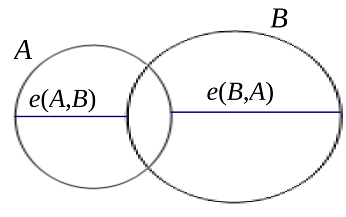




$$e(A, B) = \sup_{b \in A} d(a, B),$$

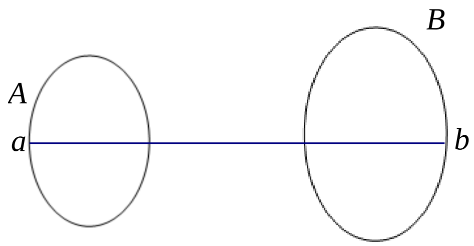


$$H(A, B) = \max \left\{ e(A, B), e(B, A) \right\},$$



H(*A*,*B*) = max {*e*(*A*,*B*), *e*(*B*,*A*)}

$$\rho(A, B) = \sup_{a \in A, b \in B} d(a, b).$$



$\rho = d(A,B) = \sup\limits_{a\in A,\, b\in B} d(a,b)$

Định nghĩa 2.2. (Anh et al, 2013) Cho $K : \Lambda \rightrightarrows A$ là một ánh xạ đa trị. Khi đó,

(a) K được gọi là $l \cdot \alpha$ - liên tục Hölder đối với khoảng cách H tại $\bar{\lambda} \in \Lambda$ nếu tồn tại một lân cận N của $\bar{\lambda}$ sao cho

$$H\left(K(\lambda_1), K(\lambda_2)\right) \le l\left\|\lambda_1 - \lambda_2\right\|^{\alpha}, \forall \lambda_1, \lambda_2 \in N.$$

(b) K được gọi là $l \cdot \alpha$ - liên tục Hölder calm đối với khoảng cách H tại $\bar{\lambda} \in \Lambda$ nếu tồn tại một lân cận N của $\bar{\lambda}$ sao cho $H\left(K(\lambda), K(\bar{\lambda})\right) \le l\left\|\lambda - \bar{\lambda}\right\|^{\alpha}, \forall \lambda \in N.$

Nếu ta thay H bởi ρ trong (a) và (b) thì ta có các khái niệm liên tục Hölder và liên tục Hölder calm đối với khoảng cách ρ .

Định nghĩa 2.3. (Anh et al, 2015) Một hàm số $f : X \to \mathbb{R}$ được gọi là lồi trên một tập lồi $A \subset X$ nếu với mọi $x_1, x_2 \in A$ và $t \in (0,1)$,

$$f\left(tx_1 + (1-t)x_2\right) \le tf(x_1) + (1-t)f(x_2).$$

Định nghĩa 2.4. (Anh et al, 2015) Một hàm số $f : X \to \mathbb{R}$ được gọi là $h \cdot \beta$ -lồi mạnh trên một tập lồi $A \subset X$ nếu với mọi $x_1, x_2 \in A$ và $t \in (0,1)$,

$$f\left(tx_1 + (1-t)x_2\right) \le tf(x_1) + (1-t)f(x_2) - ht(1-t)\left\|x_1 - x_2\right\|^{\beta}.$$

3. SỰ ĐẶT CHỈNH HÖLDER CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU

Trong mục này, chúng tôi trình bày kết quả chính của bài báo, đó là tính đặt chỉnh Hölder của bài toán (OP) tại điểm đang xét. Vì sự tồn tại nghiệm của bài toán (OP) đã được nghiên cứu trong các bài báo (Chen and Graven, 1994; Kazmi, 1996; Lee et al, 1998; Peter et al, 2010) nên ta giả sử rằng nghiệm của bài toán luôn khác rỗng trong lân cận của điểm đang xét.

Định nghĩa 3.1 Bài toán (OP) được gọi là đặt chỉnh Hölder tại điểm $\left(\bar{\lambda}, \bar{\mu}\right)$ nếu hai điều kiện sau được thỏa mãn:

(a) $S\left(0, \bar{\lambda}, \bar{\mu}\right)$ đơn phần tử;

(b) S liên tục Hölder calm đối với khoảng cách ρ tại $\left(0, \bar{\lambda}, \bar{\mu}\right)$.

Định lý 3.1. *Giả sử rằng các điều kiện sau được nghiệm đúng*

(i) K *là* $l \cdot \alpha$ *- liên tục Hölder calm đối với khoảng cách* ρ *tại* $\bar{\lambda}$ *, tức là tồn tại một lân cận* N *của* $\bar{\lambda}$ *sao cho*

$$\rho\left(K(\lambda), K(\bar{\lambda})\right) \le l\left\|\lambda - \bar{\lambda}\right\|^{\alpha}, \forall \lambda \in N;$$

(ii) *tồn tại một lân cận* U *của* $\bar{\mu}$ *sao cho với mọi* $\mu \in U$ *,* $f(\cdot, \bar{\mu})$ *là* $h \cdot \beta$ *-lồi mạnh cũng như* $m \cdot \delta$ *-liên tục Hölder trong* $K(\bar{\lambda})$*;*

(iii) *với mỗi* $x \in K(N)$*,* $f(x, \cdot)$ *là* $n \cdot \gamma$ *-liên tục Hölder calm tại* $\bar{\mu}$*.*

Khi đó bài toán (OP) đặt chỉnh Hölder tại $(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$.

Chứng minh. Với mọi $x_0 \in \tilde{S}(0, \lambda, \bar{\mu})$ và $x \in \tilde{S}(\varepsilon, \lambda, \mu)$, ta chỉ ra rằng

$$\|x_0 - x\| \le \left(\frac{2n}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}} \|\mu - \bar{\mu}\|^{\frac{\gamma}{\beta}} + \left(\frac{1}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}} |\varepsilon - 0|^{\frac{1}{\beta}} \tag{2}$$

Ta thấy rằng (2) thỏa mãn nếu $x_0 = x$.

Vì vậy, chúng ta giả sử rằng $x_0 \ne x$.

Vì $x_0 \in \tilde{S}(0, \lambda, \bar{\mu})$ và $x \in \tilde{S}(\varepsilon, \lambda, \mu)$, ta có

$$f(y, \bar{\mu}) - f(x_0, \bar{\mu}) \ge 0, \forall y \in K(\lambda), \tag{3}$$

$$f(z, \mu) - f(x, \mu) + \varepsilon \ge 0, \forall z \in K(\lambda). \tag{4}$$

Do $K(\lambda)$ lồi nên $\frac{x_0 + x}{2} \in K(\lambda)$.

Thay $y = \frac{x_0 + x}{2}$ vào (3), ta được

$$f\left(\frac{x_0 + x}{2}, \bar{\mu}\right) - f(x_0, \bar{\mu}) \ge 0. \tag{5}$$

Từ tính lồi mạnh của f suy ra

$$f\left(\frac{x_0 + x}{2}, \bar{\mu}\right) \le \frac{1}{2} f(x_0, \bar{\mu}) + \frac{1}{2} f(x, \bar{\mu}) - \frac{1}{4} h \|x_0 - x\|^{\beta}. \tag{6}$$

Kết hợp (6) với (5), ta được

$$\frac{1}{2} h \|x_0 - x\|^{\beta} \le f(x, \bar{\mu}) - f(x_0, \bar{\mu}). \tag{7}$$

Thay $z = \frac{x_0 + x}{2}$ vào (4), ta được

$$f\left(\frac{x_0 + x}{2}, \mu\right) - f(x, \mu) + \varepsilon \ge 0. \tag{8}$$

Từ tính lồi mạnh của f ta suy ra

$$f\left(\frac{x_0+x}{2},\mu\right)\le\frac{1}{2}f(x_0,\mu)+\frac{1}{2}f(x,\mu)-\frac{1}{4}h\|x_0-x\|^{\beta}.$$

Kết hợp với (8), ta được

$$\frac{1}{2}h\|x_0-x\|^{\beta}\le f(x_0,\mu)-f(x,\mu)+\varepsilon. \tag{9}$$

Từ (7) và (9), ta được

$$h\|x_0-x\|^{\beta}\le\left(f(x,\bar{\mu})-f(x,\mu)\right)+\left(f(x_0,\mu)-f(x_0,\bar{\mu})\right)+\varepsilon.$$

Sử dụng tính Hölder calm của f tại $\bar{\lambda}$ trong (iii), ta có

$$h\|x_0-x\|^{\beta}\le 2n\|\mu-\bar{\mu}\|^{\gamma}+\varepsilon.$$

Suy ra (2) được chứng minh.

Bây giờ ta chứng minh rằng với mọi $\bar{x}\in\tilde{S}(0,\bar{\lambda},\bar{\mu})$ và $x_0\in\tilde{S}(0,\lambda,\bar{\mu})$ thì

$$\|x_0-\bar{x}\|\le\left(\frac{m2^{3-\delta}l^{\delta}}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}}\|\lambda-\bar{\lambda}\|^{\frac{\alpha\delta}{\beta}}. \tag{10}$$

Nếu $x_0=\bar{x}$ thì (10) hiển nhiên đúng. Vì vậy, ta giả sử rằng $x_0\ne\bar{x}$. Từ giả thiết (i), tồn tại $x_1\in K(\lambda)$ và $x_2\in K(\bar{\lambda})$ sao cho

$$\|\bar{x}-x_1\|\le l\|\lambda-\bar{\lambda}\|^{\alpha}; \tag{11}$$

$$\|x_0-x_2\|\le l\|\lambda-\bar{\lambda}\|^{\alpha}. \tag{12}$$

Vì $\bar{x}$ và x_0 là nghiệm của (OP), nên

$$f(y,\bar{\mu})-f(\bar{x},\bar{\mu})\ge 0,\forall y\in K(\lambda); \tag{13}$$

$$f(z,\bar{\mu})-f(x_0,\bar{\mu})\ge 0,\forall z\in K(\lambda). \tag{14}$$

Vì $K(\bar{\lambda})$ và $K(\lambda)$ lồi nên ta có $\frac{\bar{x}+x_2}{2}\in K(\bar{\lambda})$.

Thay $y=\frac{\bar{x}+x_2}{2}$ vào (13) và $z=x_1$ vào (14), ta được:

$$f\left(\frac{\bar{x}+x_2}{2},\bar{\mu}\right)-f(\bar{x},\bar{\mu})\geq 0; \tag{15}$$

$$f(x_1,\bar{\mu})-f(x_0,\bar{\mu})\geq 0. \tag{16}$$

Mặt khác, tính lồi mạnh của f cho ta

$$\frac{1}{4}h\left\|x_0-\bar{x}\right\|^{\beta}\leq\frac{1}{2}f(x_0,\bar{\mu})+\frac{1}{2}f(\bar{x},\bar{\mu})-f\left(\frac{x_0+\bar{x}}{2},\bar{\mu}\right). \tag{17}$$

Cộng (15) với (17), ta được

$$\frac{1}{4}h\left\|x_0-\bar{x}\right\|^{\beta}\leq\frac{1}{2}f(x_0,\bar{\mu})-\frac{1}{2}f(\bar{x},\bar{\mu})+f\left(\frac{\bar{x}+x_2}{2},\bar{\mu}\right)-f\left(\frac{x_0+\bar{x}}{2},\bar{\mu}\right). \tag{18}$$

Nhân (18) với 1 và (16) với $\frac{1}{2}$ rồi cộng lại, ta được

$$\frac{1}{4}h\left\|x_0-\bar{x}\right\|^{\beta}\leq\frac{1}{2}f(x_1,\bar{\mu})-\frac{1}{2}f(\bar{x},\bar{\mu})+f\left(\frac{\bar{x}+x_2}{2},\bar{\mu}\right)-f\left(\frac{x_0+\bar{x}}{2},\bar{\mu}\right).$$

Tính liên tục Hölder của f cho ta

$$\frac{1}{4}h\left\|x_0-\bar{x}\right\|^{\beta}\leq\frac{1}{2}m\left\|x_1-\bar{x}\right\|^{\delta}+m\left\|\frac{\bar{x}+x_2}{2}-\frac{x_0+\bar{x}}{2}\right\|^{\delta}$$

$$\leq\frac{1}{2}m\left\|x_1-\bar{x}\right\|^{\delta}+\frac{1}{2^{\delta}}m\left\|x_2-x_0\right\|^{\delta}. \tag{19}$$

Kết hợp (19) với (11) và (12), ta được

$$\frac{1}{4}h\left\|x_0-\bar{x}\right\|^{\beta}\leq m\,2^{1-\delta}l^{\delta}\left\|\lambda-\bar{\lambda}\right\|^{\alpha\delta},$$

từ đây ta suy ra (10).

Ta thấy rằng, với mọi $\bar{x}\in\tilde{S}(0,\bar{\lambda},\bar{\mu})$ và $x\in\tilde{S}(\varepsilon,\lambda,\mu)$,

$$\left\|x-\bar{x}\right\|\leq\left\|x-x_0\right\|+\left\|x_0-\bar{x}\right\|.$$

Do đó,

$$\rho\left(\tilde{S}\left(0,\bar{\lambda},\bar{\mu}\right),\tilde{S}\left(\varepsilon,\lambda,\mu\right)\right)\le\left(\frac{m\,2^{3-\delta}\,l^{\delta}}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left\|\lambda-\bar{\lambda}\right\|^{\frac{\alpha\delta}{\beta}}+\left(\frac{2n}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left\|\mu-\bar{\mu}\right\|^{\frac{\gamma}{\beta}}+\left(\frac{1}{h}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left|\varepsilon-0\right|^{\frac{1}{\beta}},$$

tức là $\tilde{S}$ Hölder calm tại $\left(0,\bar{\lambda},\bar{\mu}\right)$.

Cho $\varepsilon=0,\ \lambda=\bar{\lambda}$ và $\mu=\bar{\mu}$ thì bất đẳng thức trên cho ta đường kính của $\tilde{S}\left(0,\bar{\lambda},\bar{\mu}\right)$ bằng 0 và do đó nó đơn phần tử. Vậy bài toán (OP) đặt chỉnh Hölder tại điểm $\left(\bar{\lambda},\bar{\mu}\right)$. ■

4. KẾT LUẬN

Bằng cách sử dụng các giả thiết về tính lồi mạnh, chúng tôi đã thiết lập thành công các điều kiện đủ cho sự đặt chỉnh Hölder của bài toán (OP) tại điểm đang xét, đáp ứng mục tiêu đã đặt ra. Các kết quả đạt được rất có ý nghĩa trong toán học ứng dụng, nhất là các tiên đoán trong những quy trình vật lý. Nếu bài toán đang xét đặt chỉnh thì chúng ta không phải lo lắng về những lỗi nhỏ trong quá trình đo đạc, quá trình có thể tạo ra những sai sót lớn trong tiên đoán. Bên cạnh đó, các kết quả trong bài báo có thể được mở rộng nghiên cứu cho các bài toán quan trọng trong tối ưu như bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán cân bằng…

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Anh, L.Q., Khanh, P.Q., Tam, T.N., 2012. On Hölder continuity of approximate solutions to parametric equilibrium problems. Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications 75, 2293-2303.

2. Anh, L.Q., Khanh, P.Q., Tam, T.N., Van, D.T.M., 2013. On Hölder calmness and Hölder well-posedness of vector quasi-equilibrium problems. Vietnam Journal of Mathematics 41, 507-517.

3. Anh, L.Q., Khanh, P.Q., Tam, T.N., 2015. On Hölder continuity of solution maps of parametric primal and dual Ky Fan inequalities. TOP 23, 151-167.

4. Bednarczuk, E., 2007. Stability Analysis for Parametric Vector Optimization Problems. Polish Academy of Sciences, Warszawa.

5. Chen, G.Y. and Graven, B.D., 1994. Existence and continuity of solutions for vector optimization, Journal of Optimization Theory and Applications 81, 459-468.

6. Hadamard, J., 1902. Sur le problèmes aux dérivees partielles et leur signification physique. Princeton University Bulletin 13, 49-52.

7. Kazmi, K. R., 1996. Existence of solutions for vector optimization. Applied Mathematics Letters 9, 19-22.

8. Lee, G.M., Kim, D.S., Kuk, H., 1998. Existence of Solutions for Vector Optimization problems. Journal of Mathematical Analysis and Applications 220, 90-98.

9. Morgan, J. and Scalzo, V., 2006. Discontinuous but well-posed

optimization problems. SIAM Journal on Optimization 17, 861-870.

10. Peter, I. K., Rosanna, M., Igor, V.N., 2010. On existence of efficient solutions to vector optimization problems in Banach spaces. Note Mathematical 30, 25-39.

11. Tykhonov, A.N., 1966. On the stability of the functional optimization problem. USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics 6, 28-33.

HÖLDER WELLPOSEDNESS FOR OPTIMIZATION PROBLEMS

Lam Quoc Anh[1], Nguyen Huu Danh[2] and Tran Ngoc Tam[3]
[1]*Teacher Education College, Can tho University*
[2]*Faculty of Basic Sciences, Tay do University*
(Email: nhdanh@tdu.edu.vn)
[3]*Faculty of Basic Sciences, Nam Can Tho University*

ABSTRACT

In this paper, we study optimization problems in normed spaces. Firstly, we propose the notion of Hölder wellposedness for such problems. After that, by using strong convexity assumptions and Hölder camlness continuity of constrained map and objective function, we establish sufficient conditions of the Hölder wellposedness for the reference considered problems. Our approach is different from the existing ones in the literature, and hence the obtained results are new and applicable for the cases where previous results were still limited.

Keywords: *Optimization problem, strong convexity, Hölder wellposedness.*