

DOI:10.22144/ctu.jsi.2020.098

PHÂN TÍCH DỮ LIỆU TỪ VÙNG VĨ ĐỘ THẤP SỬ DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET LIÊN TỤC HAI CHIỀU

Dương Quốc Chánh Tín^{1*}, Dương Hiếu Đầu² và Nguyễn Thị Bích Liên¹

¹Khoa Sư Phạm, Trường Đại học Cần Thơ

²Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Cần Thơ

*Người chịu trách nhiệm về bài viết: Dương Quốc Chánh Tín (email: dqctin@ctu.edu.vn)

ABSTRACT

Nowadays, the continuous wavelet transform has been applying for interpretation of potential field data to detect accurately the location for the anomaly sources and their properties. For magnetic data at low latitude areas such as the Mekong Delta (latitudes $\leq 11,07^\circ$), both of the magnetization and ambient field are not directed vertically, making magnetic anomalies antisymmetrical and often skewed to the location of the sources. So it is significantly problematic to interpret these anomalies. In this paper, two-dimensional continuous wavelet transform (2-D CWT), using Farshad-Sailhac complex wavelet function is studied and applied for reducing the magnetic anomaly to a symmetrical one - this located on the source of the anomaly, and then determining the position of the center of the object causing anomalies by wavelet transform modulus maxima (WTMM) method, to enhance the quality of magnetic data interpretation in this area. Furthermore, to determine the anomaly sources' s properties effectively, the relationship between the source depth and the scale corresponding the maximum point of the wavelet transform coefficients as well as the equation for estimation the one size have been formed. After verifying the reliability of the proposed method on the modeling data, a process for the location of the magnetic anomalies at low latitude areas using the wavelet transform is set up, and then application for analyzing the magnetic data in the Mekong Delta.

TÓM TẮT

Ngày nay, phép biến đổi wavelet liên tục được ứng dụng rất nhiều trong việc phân tích dữ liệu trường thế nhằm định vị các nguồn gây ra dị thường cùng các thuộc tính của chúng. Với dữ liệu từ vùng vĩ độ rất thấp như vùng Đồng bằng sông Cửu Long (vĩ độ $\leq 11,07^\circ$), phương của vector cường độ từ hóa và phương của trường từ Trái đất nơi đo đạc thường nằm nghiêng làm cho các dị thường từ có dạng bất đối xứng và nằm lệch đi so với nguồn. Do đó, dị thường từ những vùng này rất khó phân tích. Trong bài báo này, phép biến đổi wavelet liên tục hai chiều (2-D) sử dụng hàm wavelet Farshad-Sailhac sẽ được nghiên cứu, áp dụng để đưa dị thường bất đối xứng về dạng đối xứng và dịch chuyển tâm dị thường về tâm nguồn, từ đó, xác định được vị trí tâm vật thể gây ra dị thường bằng phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet, góp phần nâng cao chất lượng minh giải dữ liệu từ vùng này. Ngoài ra, để xác định các thuộc tính của nguồn trường được tốt hơn, hàm tương quan tuyến tính giữa độ sâu nguồn và tham số tỉ lệ ứng với hệ số biến đổi wavelet cực đại, cũng như hệ thức cho phép ước lượng kích thước nguồn đã được xây dựng. Sau khi kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp được đề xuất qua các mô hình lý thuyết, quy trình phân tích dữ liệu từ vùng vĩ độ thấp đã được xây dựng và áp dụng để minh giải dữ liệu từ thuộc vùng Đồng bằng sông Cửu Long.

Thông tin chung:

Ngày nhận bài: 04/03/2020

Ngày nhận bài sửa: 17/03/2020

Ngày duyệt đăng: 29/06/2020

Title:

Interpretation for magnetic data at low latitude areas using two-dimensional continuous wavelet transform

Từ khóa:

Cực đại độ lớn biến đổi wavelet, dữ liệu từ, kích thước nguồn, phép biến đổi wavelet liên tục hai chiều, vĩ độ thấp.

Keywords:

Low latitude, magnetic data, sources size, wavelet transform modulus maxima (WTMM), 2-D CWT

Trích dẫn: Dương Quốc Chánh Tín, Dương Hiếu Đầu và Nguyễn Thị Bích Liên, 2020. Phân tích dữ liệu từ vùng vĩ độ thấp sử dụng phép biến đổi wavelet liên tục hai chiều. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 56(Số chuyên đề: Khoa học tự nhiên)(1): 98-113.

1 GIỚI THIỆU

Trong những nghiên cứu cơ bản của Địa Vật lý thăm dò, việc giải bài toán ngược trường thế giữ một vai trò quan trọng, góp phần minh giải một cách định lượng vị trí, độ sâu và ước lượng hình dạng tương đối của các nguồn trường gây ra dị thường khảo sát. Đây là bài toán đa trị (Blakely, 1995) nên đã có nhiều phương pháp được đề xuất để giải quyết (Hinze *et al.*, 2012), trong đó có phép biến đổi wavelet (Daubechies, 1992; Mallat, 1998). Với dữ liệu từ vùng vĩ độ thấp, để đưa dị thường từ về dạng đối xứng với vị trí của dị thường nằm trên nguồn, người ta thường sử dụng phép biến đổi trường về cực (Blakely, 1995); vì ở đó, cả hai vector cường độ từ hóa và trường từ của Trái đất có phương thẳng đứng. Tuy nhiên, ở vùng vĩ độ thấp phổ biến độ của toán tử biến đổi trường về cực bị khuếch đại ở tần số cao (độ dài sóng ngắn) có dạng một hình quạt hẹp, hệ quả là tạo ra các dị thường giả kéo dài theo phương của từ thiên. Do đó, đã có nhiều phương pháp biến đổi trường ở vùng vĩ độ thấp được đưa ra để khắc phục khuyết điểm này và hầu hết các phương pháp này không mang lại hiệu quả cao (Nguyễn Hồng Hải và *ctv.*, 2017).

Trong bài báo này, phương pháp cực đại độ lớn hệ số biến đổi wavelet 2-D (Mallat and Hwang, 1992) sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac (Đương Quốc Chánh Tín và *ctv.*, 2017) được áp dụng để xác định vị trí tâm nguồn trường từ vùng vĩ độ thấp. Sau đó dữ liệu dị thường theo hai tuyến vuông góc đi qua tâm nguồn được trích xuất để thực hiện phép biến đổi wavelet 1-D sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac cho phép xác định kích thước và độ sâu của nguồn trường.

2 PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1 Phép biến đổi wavelet liên tục

Phép biến đổi wavelet liên tục một chiều (1-D CWT, one-dimensional continuous wavelet transform) là một ánh xạ biến tín hiệu một chiều theo không gian $f(x) \in L^2(R)$ thành hàm hai chiều của a và b ở dạng tích chập:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\bar{\psi}_{a,b}(x)dx = \left\langle f(x) \middle| \psi_{a,b}(x) \right\rangle \quad (1)$$

Trong đó, $\psi_{a,b}(x)$ là wavelet con ở tỉ lệ a và dịch chuyển b ,

$$\text{với: } \psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (2)$$

$W(a,b)$: hệ số biến đổi wavelet liên tục của của tín hiệu $f(x)$; $a \in R^+$: tham số tỉ lệ (nghịch đảo của tần số) đặc trưng cho sự dãn ($a > 1$) hoặc nén ($a < 1$) wavelet; b : tham số dịch chuyển, cung cấp thông tin về vị trí của cửa sổ wavelet được tịnh tiến; $\frac{1}{\sqrt{a}}$: hệ số chuẩn hóa.

Phép biến đổi wavelet liên tục hai chiều (2-D CWT) được cho bởi biểu thức:

$$W(a,b_x,b_y) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\bar{\psi}\left(\frac{x-b_x}{a}, \frac{y-b_y}{a}\right)dx dy \quad (3)$$

Ở đây, b_x, b_y là tham số dịch chuyển theo phương x và phương y ; hệ số $\frac{1}{a}$ dùng để chuẩn hóa năng lượng của hàm sóng wavelet 2-D được suy ra từ trường hợp 1-D. Tín hiệu $f(x,y)$ là hàm hai biến không gian x và y .

Trong trường hợp đặc biệt, nếu: $\psi(x,y) = \psi(x).\psi(y)$ thì biểu thức (3) có thể biến đổi thành:

$$W(a,b_x,b_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \frac{1}{\sqrt{a}}\bar{\psi}\left(\frac{x-b_x}{a}\right)dx \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{a}}\bar{\psi}\left(\frac{y-b_y}{a}\right)dy \quad (4)$$

Biểu thức (4) sẽ được thỏa mãn khi áp dụng phép biến đổi wavelet liên tục 1-D trên hai phương x, y riêng biệt (Yang *et al.*, 2010).

2.2 Phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet

Trong xử lý ảnh, xác định biên là một bước rất quan trọng. Theo lý thuyết xử lý ảnh, biên của ảnh là những vùng mà tại đó cường độ sáng có sự thay đổi đột ngột hoặc màu sắc có sự tương phản mạnh. Với những tín hiệu biến đổi theo không gian giống như dữ liệu trọng lực, hay dữ liệu địa từ, hoặc dữ liệu sóng địa chấn,... những điểm mà biên độ của tín hiệu thay đổi nhanh hoặc đột ngột được xem là biên của tín hiệu. Phương pháp xác định biên sử dụng phép biến đổi wavelet dựa trên việc tìm vị trí trên tỉ lệ đồ mà tại đó hệ số biến đổi wavelet đạt cực đại. Do đó kỹ thuật xác định biên bằng phép biến đổi wavelet (Mallat and Hwang, 1992) còn được gọi là phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet (WTMM – wavelet transform modulus maxima). Ứng dụng phương pháp này, phân tích dữ liệu địa từ

giúp xác định vị trí, kích thước và độ sâu của các nguồn dị thường.

2.3 Hàm wavelet phức Farshad-Sailhac

Trong phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet, để có thể thực hiện phép biến đổi wavelet của tín hiệu $f(x)$, cần xây dựng một hàm wavelet là đạo hàm bậc γ theo phương ngang của một hàm làm tròn thích hợp.

$$\psi^2(x) = \frac{\partial^2 \theta(x, z)}{\partial x^2} \Big|_{z=1} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{1}{(x^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(x^2 + (z+1)^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_{z=1} = \frac{4 - 2x^2}{(x^2 + 4)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}} = \psi^{(F)}(x) \quad (6)$$

và phần ảo chính là biến đổi Hilbert của phần thực:

$$\psi^{(S)}(x) = Hilbert(\psi^{(F)}(x)) = \left(\frac{5}{2}x - \frac{4}{5}x^3 \right) \left[\frac{1}{(x^2 + 4)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}} \right] \quad (7)$$

Vậy, dạng cụ thể của wavelet phức Farshad-Sailhac được cho bởi biểu thức sau:

$$\psi^{(FS)}(x) = \frac{4 - 2x^2}{(x^2 + 2^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1 - 2x^2}{(x^2 + 1^2)^{\frac{5}{2}}} + i \cdot \left(\frac{5}{2}x - \frac{4}{5}x^3 \right) \left[\frac{1}{(x^2 + 4)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}} \right] \quad (8)$$

Wavelet phức Farshad-Sailhac được sử dụng trong phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet nhằm xác định vị trí, chỉ số cấu trúc, độ sâu và kích thước của nguồn dị thường từ.

2.4 Xác định chỉ số cấu trúc của nguồn dị thường từ

Theo Sailhac *et al.* (2000), với các vật thể có từ tính thì mối liên hệ giữa bậc đồng nhất của nguồn trường β , bậc đạo theo hàm phương ngang của hàm làm tròn γ và chỉ số cấu trúc N thể hiện tương quan là:

$$N = -\beta - \gamma - 1 \quad (9)$$

Trong thực hành β được xác định từ hệ số góc của đường thẳng:

$$Y = \beta \cdot X + c \quad (10)$$

ở đây, $Y = \log\left(\frac{W_2(x, a)}{a^2}\right)$ và $X = \log(a + z_0)$

Trong bài báo, hàm wavelet phức Farshad-Sailhac được xây dựng dựa trên nhân Farshad (Farshad *et al.*, 2010):

$$\theta(x, z) = \frac{1}{(x^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(x^2 + (z+1)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

với phần thực của wavelet này là đạo hàm cấp hai theo phương ngang của nhân Farshad và được tính bởi biểu thức:

Trong bài báo này, chỉ số cấu trúc N của nguồn dị thường được xác định bởi hàm wavelet phức Farshad-Sailhac. Vì phần thực của wavelet này là $\psi^{(F)}(x)$ trong biểu thức (6) được tạo thành từ đạo hàm bậc hai theo phương ngang của nhân Farshad nên $\gamma=2$. Từ đó, biểu thức (9) được viết lại là:

$$N = -\beta - 3 \quad (11)$$

Từ việc xác định chỉ số cấu trúc, hình dạng tương đối của nguồn trường sẽ được ước lượng (Bảng 2).

2.5 Mối quan hệ giữa tham số tỉ lệ và độ sâu của nguồn dị thường từ

Trong phép biến đổi wavelet, tham số tỉ lệ có liên quan đến độ sâu của nguồn gây ra dị thường. Tuy nhiên, tham số tỉ lệ không phải là độ sâu và cũng không cho ta thông tin trực tiếp về độ sâu. Bằng việc phân tích tỉ lệ đồ qua các mô hình lý thuyết với nguồn trường được tạo ra từ các vật có hình dạng khác nhau, tương quan gần như tuyến tính giữa độ sâu của nguồn (z) và tích số giữa tỉ lệ (a_m): (ứng

với hệ số biến đổi wavelet cực đại) với bước đo (Δ) qua hệ số k đã được thiết lập:

$$z = k \cdot (a_m \cdot \Delta) \quad (12)$$

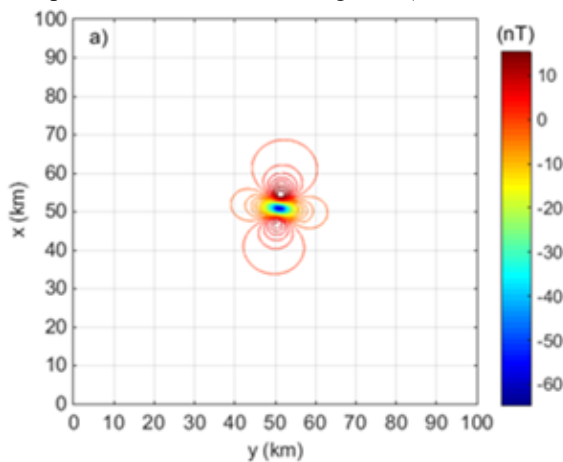
Tiếp theo, trong phần kết quả và thảo luận, hệ số k sẽ được xác định và ứng dụng để ước lượng độ sâu của các nguồn dị thường trong phân tích dữ liệu thực tế.

3 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

3.1 Mô hình lý thuyết

3.1.1 Mô hình 1: Các nguồn dị thường từ đơn

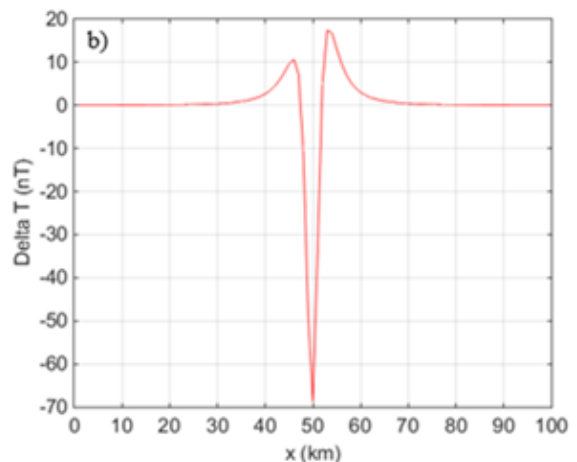
Trong mô hình này, đầu tiên, tính dị thường từ toàn phần của một khối cầu đồng nhất (Tôn Tích Ái,



2006) được biểu diễn trong hệ tọa độ ba chiều x, y, z (km). Trong đó: trục Ox hướng theo cực Bắc địa lý, trục Oy hướng Đông, trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới. Mạng lưới quan sát: $x = 0:0,2:100; y = 0:0,2:100; z = 0$ (kích thước ô lưới $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,2$ km).

Khối cầu có đường kính $D = 2,4$ km; tọa độ tâm ($x_0 = 50,0; y_0 = 50,0; z_0 = 3,0$).

Giả sử vector từ hóa của khối cầu và của trường địa từ có cùng hướng với độ từ khuynh $I = 4^\circ$; góc phương vị $\lambda = 15^\circ$; cường độ từ hóa $J = 2,6$ A/m.



Hình 1: Dị thường từ do một quả cầu đồng nhất gây ra trên mặt phẳng quan sát
a) Dạng 3-D theo x, y; b) Dạng 2-D tuyến y = 50,0 km

Hình 1a mô tả dị thường từ của khối cầu đồng nhất gây ra trên mặt phẳng quan sát. Sự phân bố các đường đẳng trị của dị thường này thể hiện tính lưỡng cực, gồm một dị thường âm nằm giữa hai dị thường dương; các dị thường có dạng elip dẹt và nằm lệch với hai trục x, y so với tâm nguồn.

Áp dụng phép biến đổi wavelet 2-D (biểu thức 4) trên dữ liệu dị thường từ sử dụng hàm wavelet Farshad-Sailhac (hệ thức 8). Kết quả vẽ đẳng trị hệ số biến đổi wavelet 2-D ở các tỉ lệ khác nhau được thể hiện trong Hình 2a và 2b cho thấy tồn tại duy nhất một điểm cực đại hệ số biến đổi wavelet – tương ứng với vị trí của tâm nguồn: ($x_0 = 50,0; y_0 = 50,0$) (km). Dĩ nhiên, việc xác định điểm có hệ số biến đổi wavelet cực đại được thực hiện dễ dàng sử dụng lệnh **find (max)** trong Matlab.

Như vậy, cực đại hệ số biến đổi wavelet 2-D trên dữ liệu dị thường từ, sử dụng hàm wavelet Farshad-Sailhac cho phép xác định chính xác vị trí tâm nguồn

trên mặt phẳng quan sát trong điều kiện từ hóa nghiêng, đặc biệt với góc từ khuynh nhỏ.

Để phân tích độ sâu và ước lượng kích thước của nguồn, dữ liệu dị thường từ dọc theo tuyến $y = 50,0$ km được chọn để áp dụng biến đổi wavelet 1-D.

Hình 1b thể hiện dị thường từ dọc theo tuyến được chọn. Dị thường có dạng bất đối xứng gồm phần dị thường dương - âm - dương xen kẽ, trong đó điểm cực trị của dị thường âm nằm gần tâm nguồn.

Áp dụng phép biến đổi wavelet 1-D (công thức 1) trên dữ liệu dị thường từ tuyến $y = 50,0$ km sử dụng hàm wavelet Farshad-Sailhac.

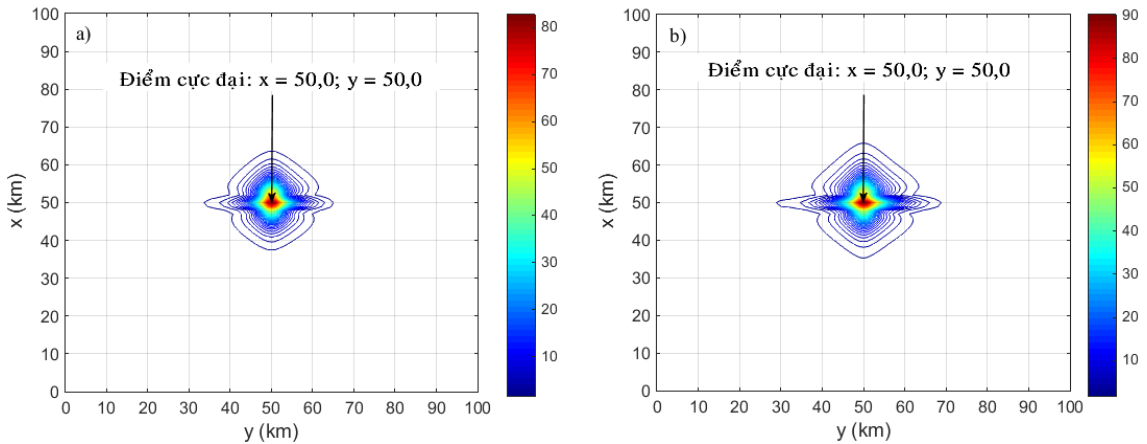
Kết quả vẽ đẳng trị được biểu diễn trên Hình 3a cho phép xác định được giá trị của tham số tỉ lệ tại đó hệ số biến đổi wavelet đạt cực đại (điểm màu trắng nằm giữa đồ thị): $a = 16,8 = a_m$.

Tương tự, biên phải và biên trái (dọc theo tuyến Bắc - Nam) của nguồn cũng được xác định trên Hình 3b. Từ đó kích thước theo phương x của nguồn được ước lượng như sau:

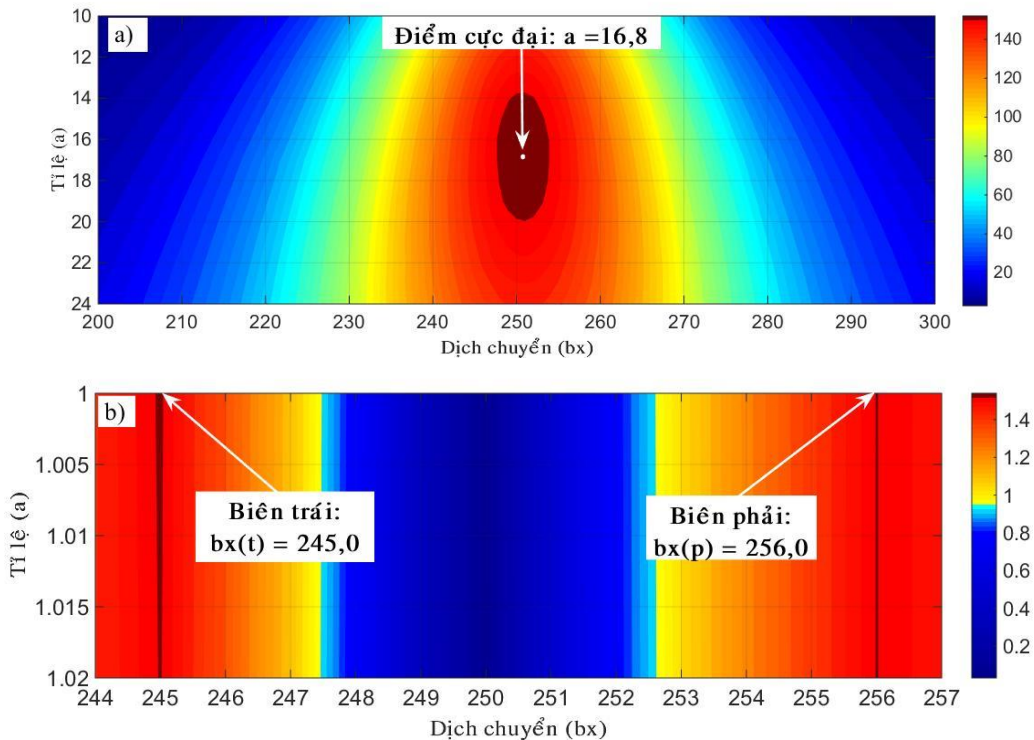
$$D_x \approx [bx(p) - bx(t)] \times \Delta \quad (13)$$

$$= (256,0 - 245,0) \times 0,2 = 2,2(km) \approx D$$

Vì nguồn gây ra dị thường trong mô hình có dạng đẳng thước trên mặt phẳng quan sát nên D_x cũng chính là kích thước tính được của nguồn.



Hình 2: Đẳng trị hệ số biến đổi wavelet 2-D trên dữ liệu dị thường từ ở các tỉ lệ khác nhau a) a =15; b) a = 20



Hình 3: Các đồ thị thể hiện kết quả xử lý dị thường từ dọc theo tuyến $y = 50,0$ km a) Đẳng trị của hệ số biến đổi wavelet; b) Đẳng pha của hệ số biến đổi wavelet

Giá trị $a_m = 16,8$ có liên quan đến độ sâu của nguồn trường. Để tìm quy luật biến đổi của độ sâu

(z) theo (a_m) các giá trị của (z) lần lượt được thay đổi từ 1,5 km đến 9,0 km (bước nhảy 0,5 km) và quá

trình khảo sát được lặp lại như khi $z = 3,0$ km. Kết quả khảo sát chỉ ra trong Bảng 1 và đồ thị Hình 4. Dựa vào đồ thị Hình 4 của (z) theo (a_m) , hàm tương quan gần như tuyến tính giữa độ sâu (z) và tham số tỉ lệ (a_m) đã được xác định là:

$$z \approx 0,8933 \times (a_m \cdot \Delta) \quad (14)$$

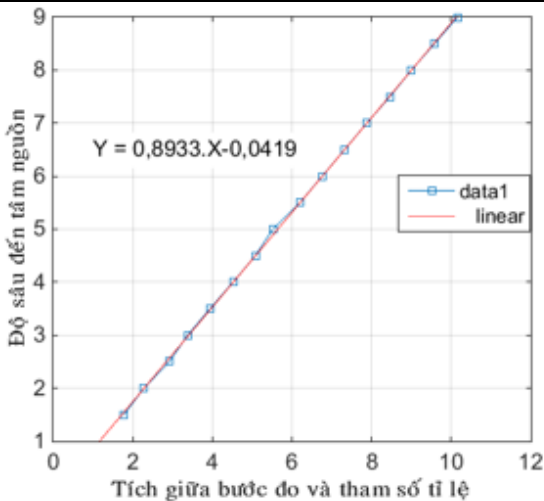
Theo Yang *et al* (2010), khi nguồn trường ở xa mặt phẳng đo đạc, chúng thường được giả sử như một khối cầu đồng nhất. Sau đó, độ sâu tương đối

của nguồn có thể được ước lượng trực tiếp từ cực đại độ lớn hệ số biến đổi wavelet bởi biểu thức (14).

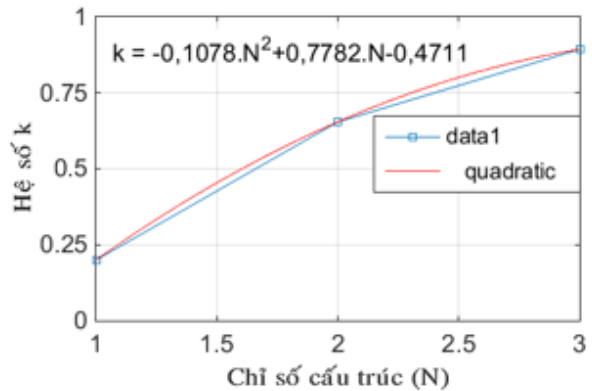
Tất nhiên, về mặt lý thuyết vẫn còn tồn tại những vật thể gây từ có dạng hình học đơn giản khác như: khối hộp vuông, hình trụ tròn, lăng trụ dài, hay vỉa mỏng. Do đó, việc áp dụng phương pháp WTMM để khảo sát tương quan giữa độ sâu (z) của nguồn gây ra dị thường từ và tham số tỉ lệ (a_m) tiếp tục được nghiên cứu với các nguồn trường có những hình dạng khác. Kết quả tìm k (trong biểu thức 12) tương ứng với các nguồn có dạng hình học khác nhau được mô tả ở Bảng 2.

Bảng 1: Kết quả phân tích độ sâu của khối cầu ở các tỉ lệ khác nhau với hàm Farshad-Sailhac

z (km)	Δ (km)	a_m	$(a_m \cdot \Delta)$	z (km)	Δ (km)	a_m	$(a_m \cdot \Delta)$
1,5	0,2	8,9	1,78	5,5	0,2	31,0	6,20
2,0	0,2	11,4	2,28	6,0	0,2	33,8	6,76
2,5	0,2	14,6	2,92	6,5	0,2	36,6	7,32
3,0	0,2	16,8	3,36	7,0	0,2	39,4	7,88
3,5	0,2	19,7	3,94	7,5	0,2	42,3	8,46
4,0	0,2	22,6	4,52	8,0	0,2	45,0	9,00
4,5	0,2	25,4	5,08	8,5	0,2	47,9	9,58
5,0	0,2	27,6	5,52	9,0	0,2	50,8	10,16



Hình 4: Tương quan giữa độ sâu (z) với tích của



Hình 5: Tương quan giữa hệ số k và chỉ số cấu trúc N bước đo (Δ) và tham số tỉ lệ (a_m)

Bảng 2: Chỉ số cấu trúc N của nguồn dị thường từ và hệ số k tương ứng

Hình dạng	Chỉ số cấu trúc N	k
Hình cầu hoặc khối hộp vuông	3	0,8933
Hình trụ tròn hoặc lăng trụ dài	2	0,6541
Vỉa mỏng	1	0,1993

Trong thực tế, các vật thể gây từ có dạng rất phức tạp, sẽ được xấp xỉ từ các vật thể có dạng đơn giản ở trên. Tuy nhiên, nếu gặp hình trụ tròn, lăng trụ dài hữu hạn, hoặc vỉa dày, giá trị chỉ số cấu trúc tính được sẽ không nhận giá trị nguyên như lý thuyết. Do đó, cần phải xây dựng hàm tương quan giữa chỉ số cấu trúc N và hệ số k để khi áp dụng phân tích các số liệu thực tế đạt hiệu quả cao.

Dựa vào đồ thị Hình 5, tương quan giữa hệ số k và chỉ số cấu trúc N được xấp xỉ bằng hàm parabol có dạng:

$$k \approx -0,1078.N^2 + 0,7782.N - 0,4711 \quad (15)$$

Nhằm tăng tính thuyết phục của phương pháp được đề xuất, nghiên cứu sẽ tiếp tục thực hiện trên các số liệu mô hình được tạo bởi nhiều nguồn trường được bố trí theo các phương khác nhau.

3.1.2 *Mô hình 2: Nguồn dị thường từ gồm các vật thể có hình dạng khác nhau phân bố không quá gần nhau*

Trong mô hình này, nguồn trường gồm ba khối vật chất đồng nhất khác nhau được biểu diễn trong

Bảng 3: Các thông số của mô hình 2

Số hiệu	Vật thể	Thông số	Tọa độ (km)			Góc phương vị (°)
			x	Y	z	
N1	Lăng trụ		67-73	47-53	1,0-5,0	15
N2	Khối cầu		37-43	37-43	1,5-7,5	0
N3	Via ngang		45-55	55-65	2,0-3,0	-15

Dị thường từ toàn phần của các vật thể trong mô hình 2 gây ra tại một điểm trên mạng lưới quan sát được tính theo nguyên lý chồng chất trường từ. Trong đó, dị thường từ của lăng trụ và via ngang được cho bởi Bhaskara and Ramesh (1991).

Hình 6 thể hiện dị thường từ toàn phần tính được từ mô hình 2. Dị thường này vẫn thể hiện tính lưỡng

hệ tọa độ ba chiều x, y, z (km) với các thông số được cho bởi Bảng 3.

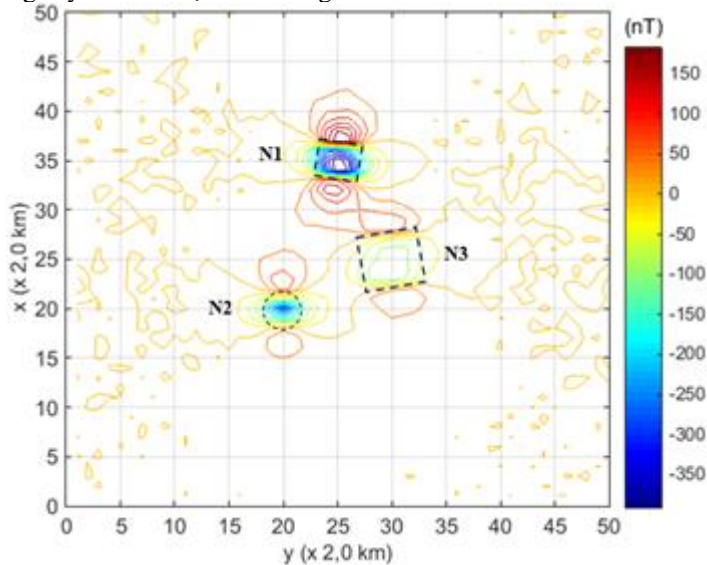
Vector từ hóa của các vật thể có cùng cường độ $J = 2,6$ A/m; cùng góc từ khuynh $I = 4^\circ$, nhưng góc phương vị λ khác nhau.

Trường địa từ có góc từ khuynh $I_o = 4^\circ$; góc phương vị $\lambda_o = 0^\circ$.

Mạng lưới quan sát: $x = 0:2:100; y = 0:2:100; z = 0$ (kích thước ô lưới: $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2,0$ km).

Nhiều được tạo bởi hàm random trong Matlab nhân cho 2,0% độ lớn cực trị của dị thường phân tích (cực đại của nhiễu tương đương 8,0 nT).

cực khá rõ ràng. Dựa vào sự phân bố của các đường đẳng trị ta xác định được thể nằm của các vật thể, tương ứng với các góc phương vị trong bảng 3. Tuy nhiên, rất khó xác định chính xác được tâm cũng như hình dạng và kích thước của các vật thể.



Hình 6: Dị thường từ của mô hình 2 có trộn nhiễu

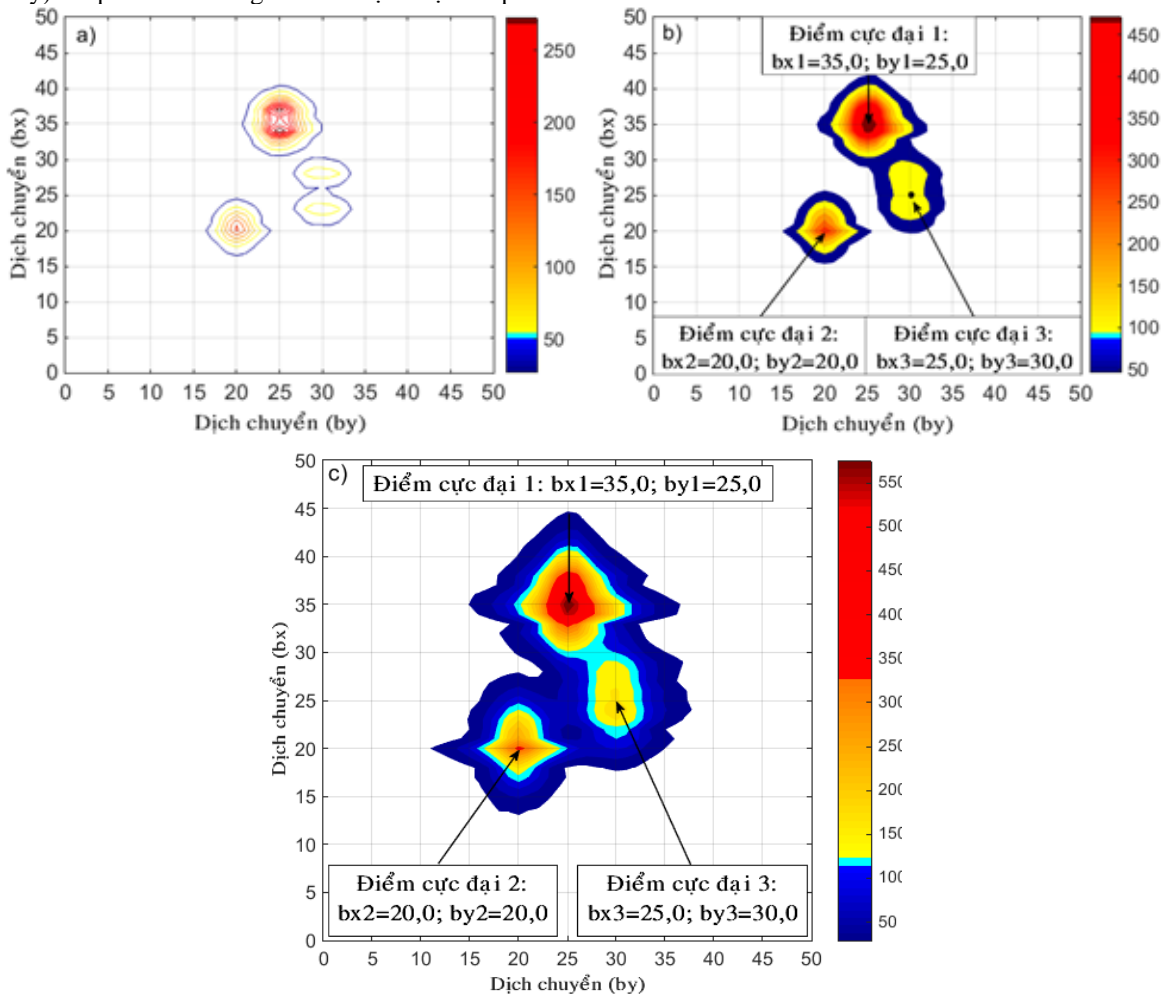
Áp dụng phép biến đổi wavelet 2-D trên tín hiệu dị thường từ toàn phần của mô Hình 2. Kết quả vẽ đẳng trị hệ số biến đổi wavelet ở các tỉ lệ khác nhau

được biểu diễn trong Hình 7. Trong đó, Hình 7a cho thấy chỉ có một điểm hội tụ (tương ứng với nguồn N2); Hình 7b và Hình 7c có ba điểm hội tụ cho phép

xác định tọa độ tâm của ba nguồn được thiết kế trong mô hình.

Ngoài ra, dựa vào sự dịch chuyển vị trí các cực đại ở các tỉ lệ khác nhau ta có thể ước lượng sơ bộ được hướng cắm của các vật thể gây ra dị thường. Trong mô hình này, vị trí các cực đại được xác định ở hai tỉ lệ $a = 2$ và $a = 3$ khá trùng khớp, cho phép kết luận hướng cắm của các vật thể là thẳng đứng.

Để xác định chỉ số cấu trúc, ước lượng độ sâu và kích thước của nguồn, dị thường từ dọc theo các tuyến y (phương Bắc – Nam), x (phương Đông – Tây) đi qua tâm mỗi nguồn sẽ được chọn để phân



Hình 7: Đẳng trị hệ số biến đổi wavelet 2-D trên dữ liệu dị thường từ ở các tỉ lệ khác nhau a) $a = 1$; b) $a = 2$; c) $a = 3$

Hình 8b là đường biểu diễn của $\log(W/a^2)$ theo $\log(a+z)$. Dựa vào phương trình đường thẳng $Y = -4,7.X + 12,4$ ta ước lượng được bậc đồng nhất của nguồn là $\beta = -4,7$ (hệ thức 10); từ đó tìm được chỉ số cấu trúc: $N = 1,7$ (biểu thức 11); suy ra: $k = 0,5403$ (công thức 15).

tích, trong đó dị thường dọc theo tuyến y sẽ dùng để tính chỉ số cấu trúc, ước lượng độ sâu và kích thước (theo phương kính tuyến – kích thước dọc) và dị thường dọc theo tuyến x chỉ dùng để ước lượng kích thước theo phương vĩ tuyến – kích thước ngang. Tuy nhiên, các vật thể gây từ được thiết kế trong mô hình đều có dạng đẳng thước trên mặt phẳng quan sát (Oxy), nên chỉ phân tích dị thường dọc theo tuyến y .

Hình 8a thể hiện dị thường từ dọc theo tuyến y $= 50,0$ km đi qua tâm nguồn dị thường N1. Dị thường có phần dương - âm - dương, trong đó cực trị âm ở gần km thứ 70 của tuyến (gần tâm nguồn).

Hình 8c cho phép xác định được vị trí điểm cực đại hệ số biến đổi wavelet: $a_1 = 2,9 = a_{1m}$; do đó độ sâu đến tâm nguồn tính được là: $z = 3,1$ km (công thức 12).

Ngoài ra, giá trị biên trái và biên phải được xác định trên Hình 8d cho phép ước lượng kích thước của nguồn theo công thức (13): $D_x = 6,0 \text{ km} = D$.

Để phân tích nguồn N2, dữ liệu dọc theo tuyến $y_2 = 40,0 \text{ km}$ đi qua tâm nguồn được chọn để thực hiện phép biến đổi wavelet 1-D.

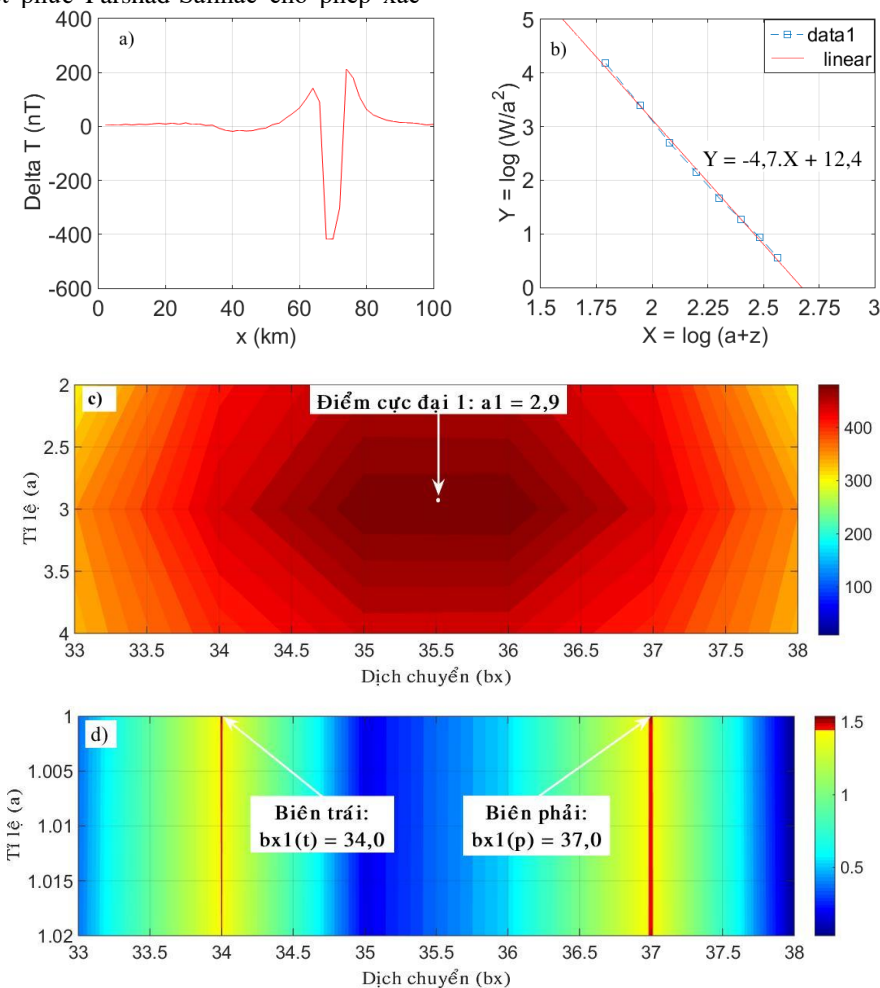
Tương tự, dữ liệu dọc theo tuyến $y_3 = 60,0 \text{ km}$ đi qua tâm nguồn N3 được chọn để phân tích các thông số của nguồn N3.

Thực hiện các phép tính tương tự như khi phân tích các thông số của nguồn N1 để phân tích nguồn N2 và N3 ta được kết quả tổng hợp trong Bảng 4.

Như vậy, với các vật thể gây ra dị thường từ (vùng vĩ độ thấp) có dạng hình học khác nhau, phân bố không quá gần nhau trong không gian, phương pháp cực đại độ lớn biến đổi wavelet 2-D sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac cho phép xác

định chính xác tọa độ tâm nguồn trên mặt phẳng quan sát, cũng như ước lượng sơ bộ hướng cắm của nguồn. Từ đó, dữ liệu theo tuyến đi qua tâm nguồn được trích xuất để phân tích định lượng bằng phép biến đổi wavelet 1-D nhằm xác định chỉ số cấu trúc, ước lượng hình dạng, kích thước và độ sâu của nguồn. Các kết quả tính toán chỉ ra trong Bảng 4 khẳng định độ tin cậy cao của phương pháp (sai lệch $\leq 4,0\%$).

Từ kết quả tốt khi phân tích các mô hình một quy trình phân tích các dị thường từ (vùng vĩ độ thấp) bằng phép biến đổi wavelet đa phân giải sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac sẽ được xây dựng để áp dụng phân tích dữ liệu thực tế nhằm xác định các thông số cơ bản của nguồn như: vị trí tâm, độ sâu, hình dạng và kích thước.



Hình 8: Các đồ thị thể hiện kết quả xử lý tuyến $y_1 = 50,0 \text{ km}$

a) Dị thường từ dọc theo tuyến; b) Tương quan giữa $\log(W/a^2)$ và $\log(z+a)$; c), d) Đẳng trị và đẳng pha hệ số biến đổi wavelet trên tín hiệu dị thường của tuyến

Bảng 4: Tổng hợp kết quả phân tích các thông số của mô hình 2

Số hiệu	Thông số	Chỉ số cấu trúc N	Hình dạng	Kích thước		Độ sâu	
				D (km)	Sai lệch (%)	z (km)	Sai lệch (%)
N1		1,7	Lăng trụ	6,0	0	3,1	3,3
N2		3,0	Cầu	5,8	3,3	4,6	2,2
N3		1,2	Via	10,0	0	2,6	4,0

3.2 Quy trình phân tích các dị thường từ vùng vĩ độ thấp bằng phép biến đổi wavelet sử dụng hàm wavelet phức Farshard-Sailhac

Việc xác định các thông số của nguồn trường từ sử dụng phép biến đổi wavelet với hàm Farshard-Sailhac có thể tóm lược trong quy trình gồm các bước sau:

Bước 1: Xác định tọa độ tâm nguồn dị thường theo kinh độ và vĩ độ.

B1.1. Vẽ bản đồ dị thường từ toàn phần. Xác định thể nằm cơ bản của các vật thể gây ra dị thường từ sự phân bố các đường đẳng trị trên bản đồ.

B1.2. Thực hiện biến đổi wavelet 2-D trên dữ liệu dị thường sử dụng hàm wavelet phức Farshard-Sailhac.

B1.3. Vẽ bản đồ trường hệ số biến đổi wavelet 2-D ở các tỉ lệ khác nhau theo kinh độ và vĩ độ.

B1.4. Xác định tọa độ tâm nguồn từ các điểm cực đại địa phương hệ số biến đổi wavelet trên các bản đồ trường hệ số biến đổi wavelet 2-D.

Dựa vào sự dịch chuyển tọa độ tâm nguồn dị thường được xác định ở các tỉ lệ khác nhau trong bước B1.4, hướng cắm tương đối của nguồn so với phương thẳng đứng có thể được ước lượng.

Bước 2: Phân tích chi tiết các nguồn vừa định vị ở bước 1, nhằm xác định chỉ số cấu trúc, hình dạng tương đối, kích thước và độ sâu của chúng.

B2.1. Trích xuất dữ liệu dị thường dọc theo các tuyến khác nhau đi qua tâm nguồn để thực hiện biến đổi wavelet 1-D sử dụng hàm wavelet Farshard-Sailhac.

B2.2. Thay đổi tham số tỉ lệ a và lặp lại biến đổi wavelet phức Farshard-Sailhac đa phân giải.

Các hệ số sau phép biến đổi wavelet phức với cùng một tham số tỉ lệ a sẽ gồm 4 thành phần cơ bản là: thành phần thực, thành phần ảo, thành phần độ lớn và thành phần góc pha. Dữ liệu của thành phần độ lớn và thành phần góc pha sẽ được tiếp tục xử lý ở các bước sau.

B2.3. Vẽ đẳng trị và đẳng pha hệ số biến đổi wavelet Farshard-Sailhac thành phần độ lớn và thành phần pha trong mặt phẳng tỉ lệ đồ (a, b) .

B2.4. Ước lượng kích thước của nguồn dị thường theo các tuyến được chọn.

Trên đồ thị đẳng pha, xác định các điểm cực đại của hệ số wavelet thành phần pha ở hai biên trái và phải tương ứng là: $bx(t)$ và $bx(p)$ (nếu phân tích dữ liệu theo phương x) hoặc $by(t)$ và $by(p)$ (nếu phân tích dữ liệu theo phương y). Khi đó, kích thước của nguồn theo hai phương x, y được xác định bởi biểu thức sau:

$$D_x \approx [bx(p) - bx(t)] \times \Delta$$

$$D_y \approx [by(p) - by(t)] \times \Delta$$

B2.5. Tính chỉ số cấu trúc và ước lượng hình dạng tương đối của các nguồn.

Với mỗi nguồn, vẽ đường biểu diễn $\log(W/a^2)$ theo $\log(a+z)$, với W là hệ số biến đổi wavelet tính tại các điểm lân cận tọa độ nguồn dị thường, từ đó xác định hệ số góc β (cũng chính là bậc đồng nhất của nguồn trường) của đường thẳng có phương trình $\log(W/a^2) = \beta \log(a+z) + c$, sau đó ước tính chỉ số cấu trúc: $N = -\beta - 3$, qua đó ước lượng hình dạng tương đối của nguồn.

B2.6. Xác định độ sâu của các nguồn trường.

Với từng nguồn, chỉ số cấu trúc đã được xác định từ bước B2.5, tính hệ số k .

Từ đồ thị đẳng trị xác định điểm cực đại hệ số biến đổi wavelet a_m . Khi đó độ sâu của mỗi nguồn dị thường sẽ được ước lượng như sau:

$$z = k.(a_m.\Delta)$$

Công việc tiếp theo là sử dụng quy trình vừa xây dựng vào việc minh giải dữ liệu từ ở vùng Đồng bằng sông Cửu Long nhằm khẳng định khả năng ứng dụng thực tiễn của phương pháp được đề xuất.

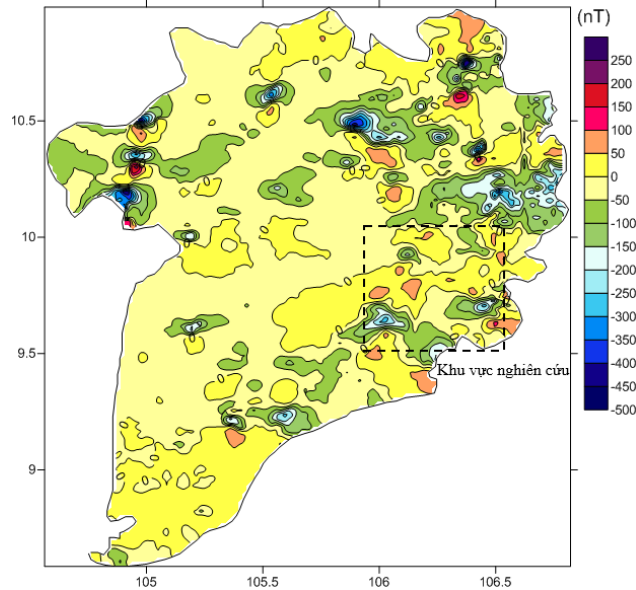
3.3 Phân tích dữ liệu từ vùng Đồng bằng sông Cửu Long

Đồng bằng sông Cửu Long hay còn gọi là vùng Tây Nam Bộ, rộng khoảng 40.548 km², đó là một bộ phận của châu thổ sông Cửu Long, ở vùng cực Nam của Việt Nam. Vùng có vị trí nằm liền kề vùng Đông

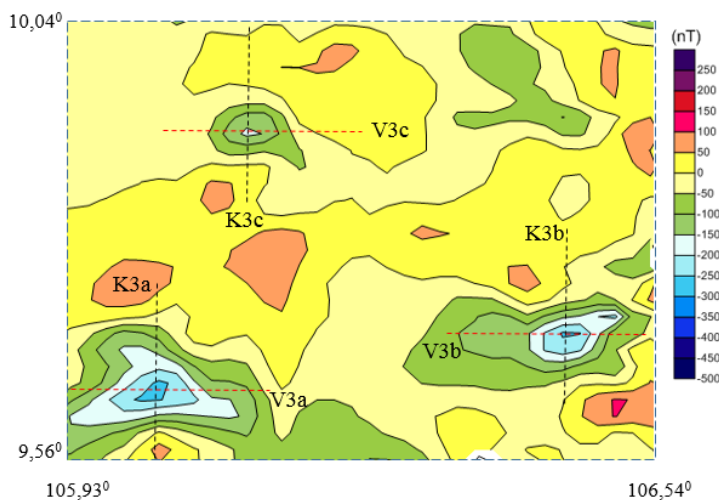
Nam Bộ, phía Bắc giáp Campuchia, phía Tây Nam là vịnh Thái Lan, phía Đông Nam là Biển Đông. Trên đất liền, vùng Đồng bằng sông Cửu Long giới hạn từ kinh độ 104,43° Đ (xã Mỹ Đức, Thị xã Hà Tiên, tỉnh Kiên Giang) đến kinh độ 106,80° Đ (xã Tân Điền, huyện Gò Công Đông, tỉnh Tiền Giang) và từ vĩ độ 8,55° B (xã Đất Mũi, huyện Ngọc Hiển, tỉnh Cà Mau) đến vĩ độ 11,07° B (xã Lộc Giang, huyện Đức Hòa, tỉnh Long An).

Sử dụng bản đồ dị thường từ toàn phần vùng Đồng bằng sông Cửu Long với tỉ lệ 1/200.000 của Tổng cục Địa chất và khoáng sản Việt Nam, được đo và hoàn thành năm 1992 (Hình 9). Thiết bị đo là

từ kế proton nằm trên máy bay, độ cao trung bình đến mặt đất là 300 m (Nguyễn Xuân Sơn, 1996). Khu vực được chọn phân tích chi tiết (ô chữ nhật màu đen trên Hình 9) có tọa độ trong khoảng 9,56° - 10,04° vĩ Bắc và 105,93° - 106,54° kinh Đông thuộc địa phận ba tỉnh: Sóc Trăng, Trà Vinh, Vĩnh Long (Hình 10). Trong khu vực tồn tại 3 dị thường đơn, mỗi dị thường có 3 đới dương - âm - dương sắp xếp theo phương kinh tuyến, trong đó đới dương ở giữa là phần giao nhau của 3 dị thường có dạng kéo dài theo phương vĩ tuyến. Đới âm của 3 dị thường (gần tâm vật thể gây từ) phân bố không quá gần nhau.



Hình 9: Bản đồ dị thường từ vùng Đồng bằng sông Cửu Long (các đường đẳng trị cách nhau 50 nT)

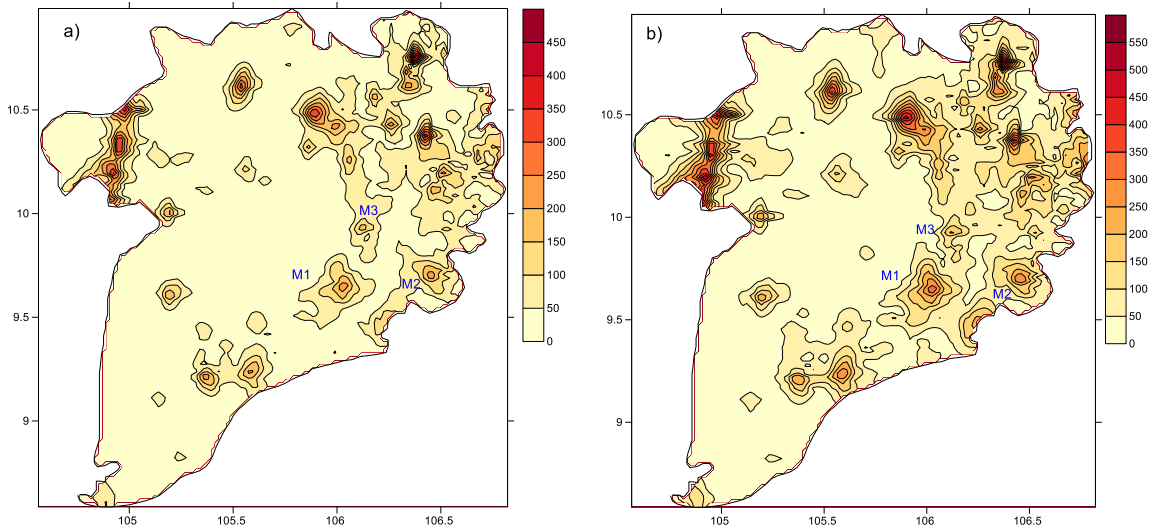


Hình 10: Dị thường từ ở Sóc Trăng – Trà Vinh – Vĩnh Long

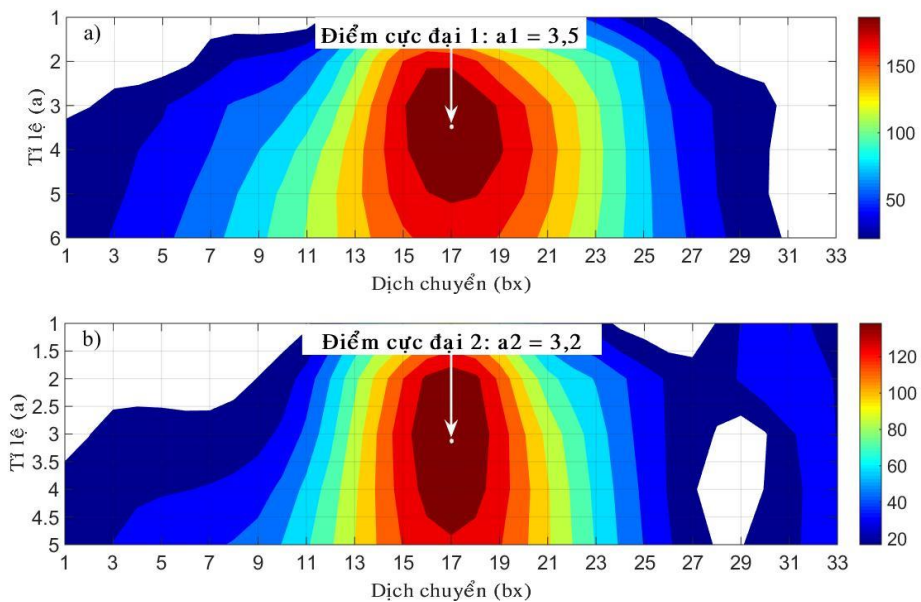
Áp dụng phép biến đổi wavelet 2-D trên dữ liệu dị thường từ ở vùng Đồng bằng sông Cửu Long sử dụng hàm wavelet Farshad-Sailhac ở các tỉ lệ khác nhau. Hình 11 là bản đồ trường hệ số biến đổi wavelet 2-D ở các tỉ lệ $a = 2$ và $a = 3$ tương ứng với các độ sâu $z_2 = 3,3$ km và $z_3 = 5,1$ km (độ sâu tính từ công thức 14, sau đó hiệu chỉnh độ cao máy bay 0,3 km). Bản đồ cho thấy sự hội tụ các đường đẳng trị về tâm nguồn.

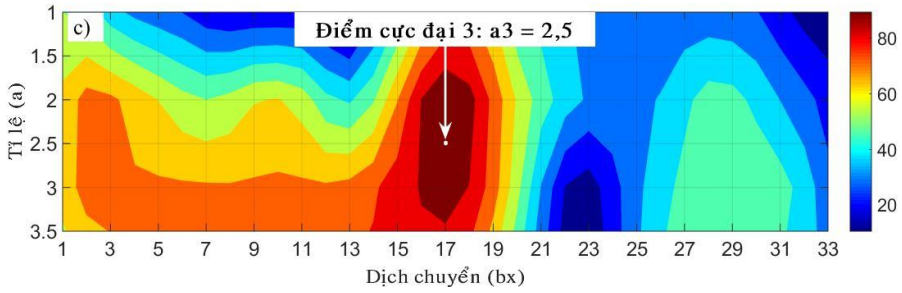
Dựa vào các điểm cực đại địa phương hệ số biến đổi wavelet trong khu vực nghiên cứu, tọa độ tâm 3 nguồn dị thường đã được xác định. Kết quả trình bày ở cột 3 và cột 4 Bảng 5.

Ngoài ra, căn cứ vào sự dịch chuyển theo phương ngang của cực đại hệ số biến đổi wavelet ở hai tỉ lệ $a = 2$ và $a = 3$ ta ước lượng được góc cắm (α) của các nguồn so với phương thẳng đứng.



Hình 11: Bản đồ hệ số biến đổi wavelet dị thường từ vùng Đồng bằng sông Cửu Long ở các tỉ lệ khác nhau a) $a = 2$; b) $a = 3$





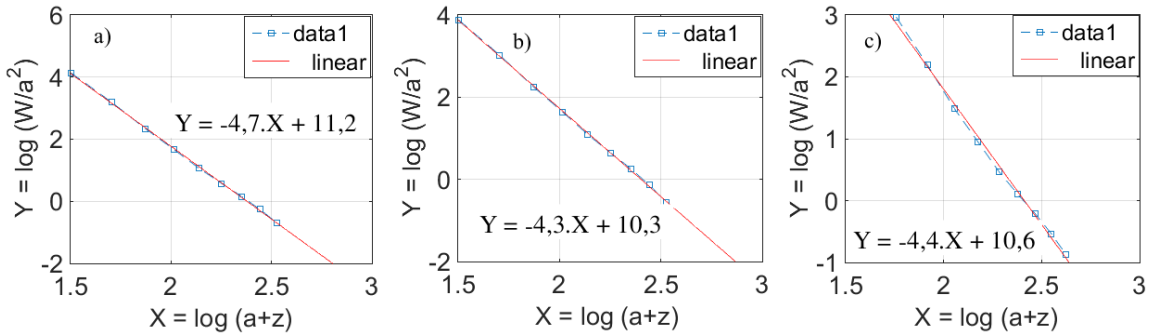
Hình 12: Đẳng trị của hệ số biến đổi wavelet trên tín hiệu dị thường từ a) tuyến K3a; b) tuyến K3b; tuyến K3c

Xét cụ thể nguồn M1 ta có:

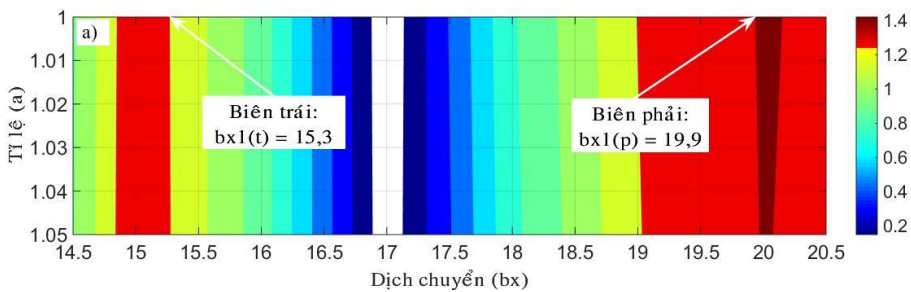
$$\cos \alpha = \frac{z_3 - z_2}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}} = 0,47885 \Rightarrow \alpha \approx 61^0$$

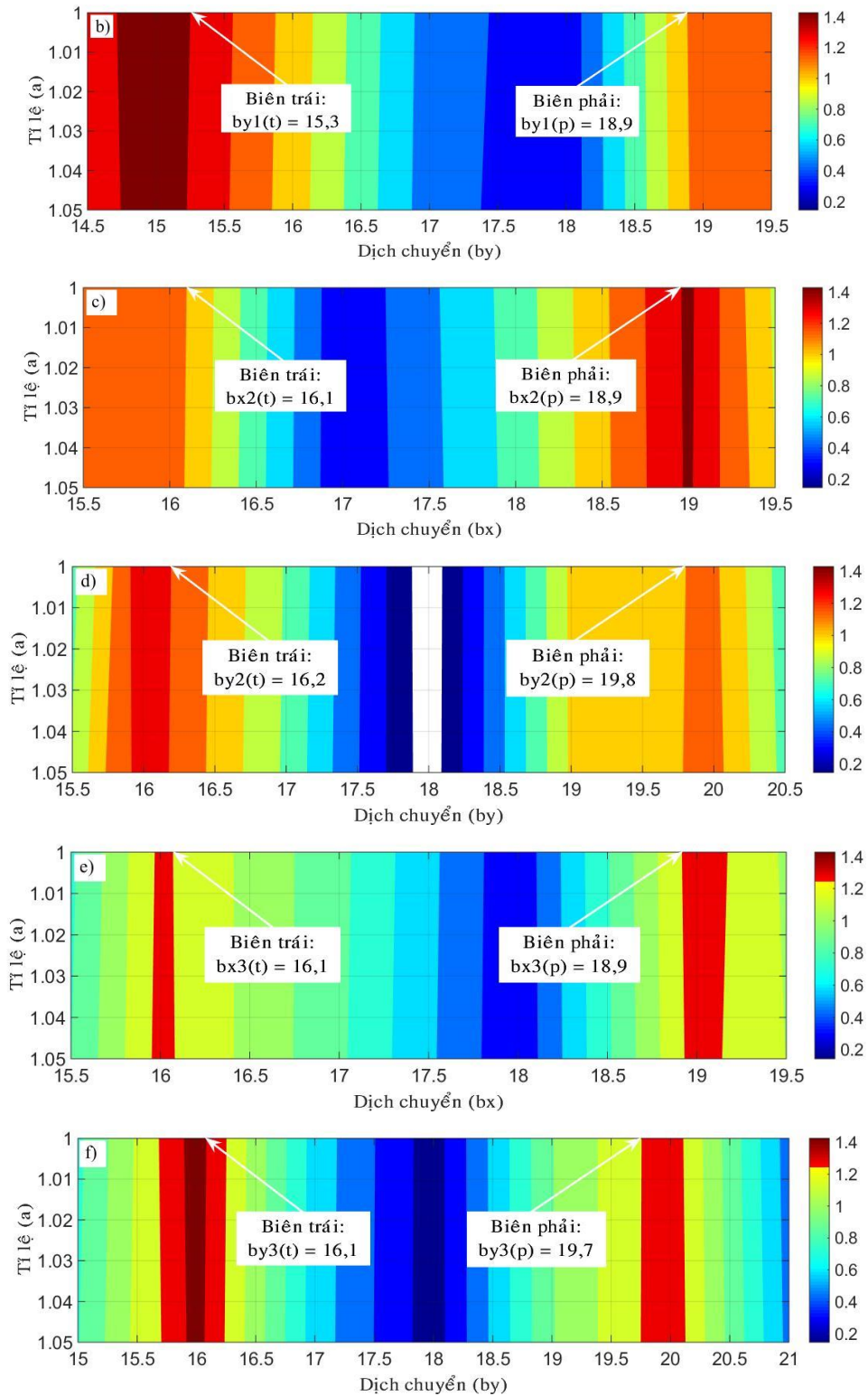
Để ước lượng hình dạng, độ sâu và kích thước của vật thể gây ra dị thường từ M1, một tuyến dữ liệu (K3a) dọc theo kinh tuyến 106,03° và tuyến (V3a) dọc theo vĩ tuyến 9,65° (đi qua tâm nguồn M1) được trích xuất từ bản đồ dị thường từ toàn phần. Khoảng cách giữa các điểm đo trên mỗi tuyến đều bằng nhau $\Delta = 2,0$ km (vì bản đồ tỉ lệ 1/200.000).

Tương tự với nguồn dị thường M2, M3 dữ liệu theo tuyến (K3b); (V3b) và (K3c) và (V3c) sẽ được chọn để phân tích định lượng bằng phép biến đổi wavelet 1-D. Các kết quả phân tích được thể hiện ở các Hình 12, 13 và 14.



Hình 13: Đường biểu diễn $\log(W/a^2)$ theo $\log(a+z)$ nguồn dị thường từ a) tuyến K3a; b) tuyến K3b; tuyến K3c





Hình 14: Đẳng pha của hệ số biến đổi wavelet trên tín hiệu dị thường từ qua các tuyến a) K3a; b) V3a; c) K3b; d) V3b; e) K3c; f) V3c

Hình 12a cho phép xác định tọa độ điểm cực đại: $aI = 3,5 = aI_m$.

Bậc đồng nhất của nguồn M1 được xác định từ hình 13a tương ứng là $\beta_I = -4,7$; suy ra chỉ số cấu trúc $N_I = 1,7$ (lãng trụ); từ đó ước tính được: $k_I = 0,5403$. Độ sâu đến tâm nguồn được ước lượng từ

công thức (12), sau đó hiệu chỉnh độ cao máy bay 0,3 km.

Áp dụng phương pháp tương tự để xác định các thông số của nguồn M2 và M3. Kết quả tổng hợp được trình bày trong Bảng 6.

Bảng 6: Tổng hợp kết quả phân tích nguồn dị thường M1, M2 và M3

Số hiệu	Tỉ lệ (a)	Tâm nguồn		N	K	Hình dạng, thể nằm, hướng cắm	Độ sâu (km)	Kích thước	
		Kinh độ (°)	Vĩ độ (°)					Ngang (km)	Đọc (km)
M1	2	106,03	9,65	1,7	0,5403	Lãng trụ	3,5	7,2	9,2
	3	106,03	9,62			TB-ĐN Nghiêng 61°			
M2	2	106,46	9,71	1,3	0,3584	Via dày	2,0	7,2	5,6
	3	106,46	9,71			Kinh tuyến Đứng			
M3	2	106,13	9,93	1,4	0,4071	Via dày	1,7	7,2	5,6
	3	106,12	9,93			Kinh tuyến Nghiêng 31°			

So với các công bố trước đây (Dương Hiếu Đầu, 2009, 2013) kết quả phân tích trong bài báo (Bảng 6) có sự sai lệch không nhiều về vị trí, độ sâu và hình dạng của nguồn cùng với những đóng góp mới về các thông số thể nằm, hướng cắm, kích thước ngang, dọc. Tất nhiên, phân tích dị thường theo tuyến bằng wavelet 1-D để xác định vị trí nguồn (theo kinh độ

và vĩ độ) thì rất khó và độ chính xác không cao như phân tích dị thường trên bản đồ bằng wavelet 2-D. Hơn nữa dữ liệu đầu vào để tính chỉ số cấu trúc (ước lượng hình dạng), ước tính độ sâu trong bài báo được trích xuất từ số liệu đo đạc (không qua phép nội suy) nên có độ tin cậy cao.

Bảng 7: Kết quả phân tích nguồn M1, M2 và M3 bằng wavelet Poisson – Hardy

Số hiệu	Tâm nguồn		Độ sâu đến đỉnh (km)	Hình dạng	Tuyến khảo sát
	Kinh độ (°)	Vĩ độ (°)			
M1	105,94-106,11	9,51-9,79	1,8-5,8	Chưa xác định	Mỹ Xuyên – Kế Sách
M2	106,45	9,67	2,2	Đứt gãy	Cà Mau – Trà Vinh
M3	106,13	10,07	1,7	Trụ	Sóc Trăng – Long An

Ngoài ra, lỗ khoan Cửu Long 1 (106,32° Đ; 9,62° B) ở khá gần nguồn dị thường M2. Lỗ khoan này đạt đến độ sâu tới móng đá của khu vực này là 2,1 km. Theo thông tin từ cột địa tầng của lỗ khoan này (Liet et al., 2008), trong khoảng độ sâu 2,0 km (tương ứng với tâm nguồn M2) là các đá phun trào trung tính thuộc hệ tầng Long Bình tuổi J_3-K_{1-2} bao gồm Andesite, Ryolite, Andezito, Porphyrite. Như vậy, độ sâu của nguồn M2 được phân tích trong bài báo phù hợp với lỗ khoan sâu của vùng nghiên cứu.

Đôi chiếu với dữ liệu lỗ khoan trong vùng (Liet et al., 2008), các tài liệu địa chất (Nguyễn Xuân Sơn, 1996; Bộ tài nguyên và môi trường, 2009), kết hợp những kết quả nghiên cứu tính chất Vật lý của đất đá và quặng của Liên đoàn Bản đồ địa chất, kết quả khảo sát của các đơn vị như Liên đoàn Vật lý địa

chất, Liên đoàn địa chất V, VI đã cho thấy các nguồn M1, M2 và M3 có bản chất địa chất gần giống nhau.

4 KẾT LUẬN

Trong bài báo, phép biến đổi wavelet liên tục 2-D sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac đã được áp dụng để phân tích dữ liệu từ vùng vĩ độ thấp nhằm đưa dị thường dạng lưỡng cực (gồm 3 đới dương - âm - dương) về dạng đối xứng, trong đó tâm nguồn được xác định từ điểm cực đại hệ số biến đổi wavelet. Từ đó, dữ liệu dị thường dọc theo hai tuyến vuông góc đi qua tâm nguồn dọc theo kinh tuyến và vĩ tuyến được trích xuất để phân tích định lượng bằng phép biến đổi wavelet 1-D sử dụng hàm wavelet phức Farshad-Sailhac, xác định các thông số cơ bản của nguồn gồm: thể nằm, hướng cắm, chỉ số cấu trúc (hình dạng), kích thước và độ sâu. Sau khi kiểm chứng độ tin cậy của phương pháp đề xuất

qua các mô hình lý thuyết, một quy trình phân tích dữ liệu trường thế sử dụng phép biến đổi wavelet đa phân giải với hàm wavelet Farshad-Sailhac đã được xây dựng và áp dụng thành công để minh giải dữ liệu từ ở vùng Đồng bằng sông Cửu Long. Các kết quả minh giải đều phù hợp với các công bố trước đây, song mức độ chi tiết thì cao hơn nhiều. Ngoài ra, kết hợp với thông tin lỗ khoan và các tài liệu địa chất của vùng, bản chất địa chất của các nguồn dị thường từ đã được luận giải.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Tôn Tích Ái, 2006. Địa từ và Thăm dò từ. Nhà xuất bản Đại học quốc gia Hà Nội, 276 trang.
- Bhaskara Rao, D. and Ramesh Babu, N., 1991. A rapid method for three-dimensional modeling of magnetic anomalies. *Geophysics*. 56(11): 1729-1737.
- Blakely, R. J., 1995. Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge University Press, 441 pages.
- Bộ tài nguyên và môi trường, Cục địa chất và khoáng sản Việt Nam, 2009. Địa chất và tài nguyên Việt Nam. Nhà xuất bản Khoa học Tự nhiên và Công nghệ, 589 trang.
- Daubechies, I., 1992. Ten lectures of wavelets. Springer – Verlag Press, 341 pages.
- Dương Hiếu Đầu, 2009. Phân tích tài liệu từ ở Nam bộ bằng biến đổi wavelet. Luận án tiến sĩ Vật lý, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Thành phố Hồ Chí Minh, 142 trang.
- Dương Hiếu Đầu, 2013. Phân tích tài liệu từ và trọng lực sử dụng biến đổi wavelet liên tục. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, 127 trang.
- Farshad S., Amin R. K., Siahkoobi H. R., 2010. Interpretation 2-D gravity data using 2-D continuous wavelet transform introduction. 72nd EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC, Barcelona, Spain, 304-309.
- Nguyễn Hồng Hải, Huỳnh Thanh Nhân, Đặng Văn Liệt và Nguyễn Ngọc Thu, 2017. Nâng cao chất lượng minh giải tài liệu từ ở vùng vĩ độ thấp. Tạp chí phát triển Khoa học Công nghệ, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh. 20(T4-2017): 105-114.
- Dang Van Liet, Phan Quang Quyet, Nguyen Huu Phuoc, 2008. The model of the tertiary basement rock beneath the interior of the Mekong Delta using gravity data. Final Report, Salamander Energy Vietnam. Ho Chi Minh City, 45 pages.
- Hinze, W. J., Frese, R. R. B. V., and Saad, A. H., 2012. Gravity and magnetic exploration: principles, practices, and applications. Cambridge University Press, 515 pages.
- Mallat, S. and Hwang, W. L., 1992. Singularity detection and processing with wavelets. *IEEE Transactions on Information Theory*. 38(2): 617-643.
- Mallat, S., 1998. A wavelet tour of signal processing. Academic, San Diego Press, 824 pages.
- Sailhac P., Galdeano A., Gibert D., Moreau F., Delor C., 2000. Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and applications to magnetic profiles in French Guiana. *Journal of Geophysical Research*. 105(B8): 19455-19475.
- Nguyễn Xuân Sơn, 1996. Giải đoán cấu trúc địa chất Miền Nam Việt Nam theo tài liệu từ hàng không tỉ lệ 1:200.000. Luận án Phó tiến sĩ Địa lý – Địa chất, Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, 95 trang.
- Dương Quốc Chánh Tín, Dương Hiếu Đầu và Nguyễn Minh Tân, 2017. Xác định các nguồn dị thường từ liên kế bằng phương pháp cực đại wavelet và sự chuẩn hóa tham số tỉ lệ. Tạp chí phát triển Khoa học Công nghệ, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh. 20(T6-2017): 273-287.
- Yang, Y., Li, Y., Liu, T., 2010. Continuous wavelet transform, theoretical aspects and application to aeromagnetic data at the Huanghua Depression, Dagang Oilfield, China. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers. 58(4): 669-684.