

Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề môn Đại số tuyến tính ở trường đại học với sự trợ giúp của phần mềm Symbolab online

▶ Nguyễn Viết Dương

Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông
97 Man Thiện, Quận 9, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam
Email: nvduong@ptithcm.edu.vn

▶ Nguyễn Ngọc Giang

Trường Đại học Ngân hàng TP. Hồ Chí Minh
36 Tôn Thất Đạm, Quận 1, TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam
Email: nguyennngocgiang.net@gmail.com

TÓM TẮT: Bài viết đề cập đến việc sử dụng phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề trong dạy học môn Đại số tuyến tính nhờ sự trợ giúp của phần mềm Symbolab online. Phần mềm Symbolab giúp sinh viên tìm ra đáp án một cách chính xác và đưa ra được lời giải giúp sinh viên so sánh, đối chiếu tự kiểm chứng lời giải của mình mà không cần nhờ sự giúp đỡ của giảng viên. Sinh viên có thể sử dụng phần mềm Symbolab để tự học một cách hiệu quả. Qua đó, sinh viên tích cực chủ động, tự xây dựng kiến thức cho chính mình.

TỪ KHÓA: Dạy học; phát hiện và giải quyết vấn đề; Symbolab Online.

→ Nhận bài 08/11/2017 → Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa 13/01/2018 → Duyệt đăng 25/01/2018.

1. Đặt vấn đề

Trong khoa học giáo dục (GD), khái niệm dạy học (DH) phát hiện và giải quyết vấn đề (GQVĐ) là một trong những khái niệm có nhiều tên gọi khác nhau. Có người gọi DH phát hiện và GQVĐ là DH nêu vấn đề, DH gọi vấn đề, DH dựa trên vấn đề hay DH đặt và GQVĐ. Theo Chad C. Schools [1], DH phát hiện và GQVĐ ra đời vào thập niên 1960 tại Trường MacMaster, Canada trong một khóa học về Y khoa. Tuy nhiên, nhiều ý kiến đồng ý rằng, phương pháp DH phát hiện và GQVĐ ra đời sớm hơn nhiều. Karen Goodnough (2006) chỉ ra năm 1944, trong một công trình của John Dewey đã đề xuất đến bản chất của việc DH phát hiện và GQVĐ khi viết “cần chú trọng đến việc liên hệ giữa cách suy nghĩ, cách GQVĐ và cách học”. Sau đó, DH phát hiện và GQVĐ phát triển mạnh không những trong lĩnh vực Y khoa mà còn trong nhiều lĩnh vực khác. Điển hình là thập niên 1970, 1980, DH phát hiện và GQVĐ đã được ứng dụng nhiều trong khoa học và đời sống. Ngày nay, phương pháp phát hiện và GQVĐ đã trở nên quen thuộc và được nhiều người sử dụng trong DH.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Quan điểm và đặc điểm về dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề

Theo Nguyễn Bá Kim [2], “DH phát hiện và GQVĐ là phương pháp DH mà giáo viên (GV) tạo ra những tình huống gọi vấn đề, điều khiển học sinh (HS) phát hiện vấn đề, hoạt động tự giác, tích cực, chủ động, sáng tạo để GQVĐ và thông qua đó, kiến tạo tri thức, rèn luyện kĩ năng và đạt được những mục đích học tập khác.”

Theo Pietzsch (1981), DH phát hiện và GQVĐ có ba đặc điểm sau đây:

HS được đặt vào một tình huống gọi vấn đề chứ không phải là được thông báo tri thức dưới dạng có sẵn.

HS hoạt động tự giác, tích cực, chủ động, sáng tạo, tận

lực huy động tri thức và khả năng của mình để phát hiện và GQVĐ chứ không phải nghe GV giảng một cách thụ động.

Mục đích DH không phải chỉ là làm cho HS lĩnh hội được kết quả của quá trình phát hiện và GQVĐ, mà còn ở chỗ làm cho họ phát triển khả năng tiến hành những quá trình như vậy. Nói cách khác HS được học bản thân việc học [2].

2.2. Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề là phương pháp dạy học lấy học sinh làm trung tâm

DH phát hiện và GQVĐ là phương pháp DH tích cực hóa người học, lấy người học làm trung tâm. Sở dĩ DH phát hiện và GQVĐ là phương pháp DH lấy người học làm trung tâm là vì nó thỏa mãn ba tiêu chí của phương pháp DH lấy HS làm trung tâm như sau:

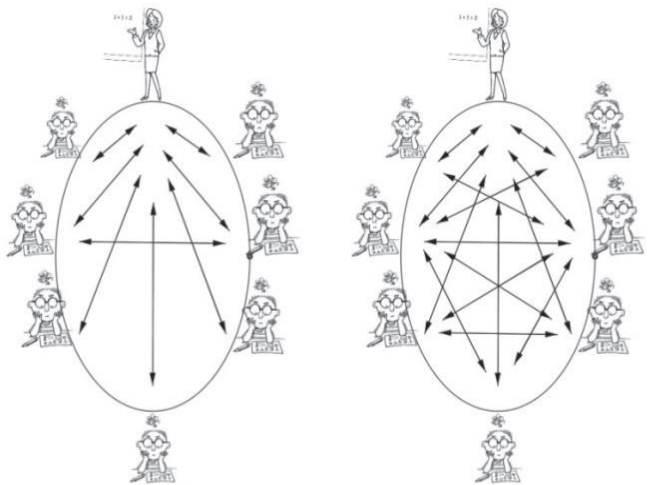
Môi trường học tập thân thiện, khuyến khích HS tích cực học tập. HS cảm thấy không tự ti với bạn bè dù phát biểu trả lời câu hỏi có thể bị sai. HS được cùng nhau hợp tác, tham gia GQVĐ, tự do trao đổi học tập.

HS có cơ hội thường xuyên được cung cấp thông tin, kiến thức, kinh nghiệm mới giúp HS phát triển. Tuy nhiên, những kiến thức, kinh nghiệm này thường được cung cấp theo cách HS tự kiến tạo nên kiến thức, kinh nghiệm cho chính mình chứ không phải là cách truyền thụ áp đặt từ GV. Kiến thức và kinh nghiệm cũng phải phù hợp với mức độ nhận thức của HS. Hoặc đó là kiến thức mới ở mức độ cao hơn nhưng HS nếu cố gắng cũng có thể với tới được. Kiến thức không được quá xa lạ, quá khó đối với HS.

HS được phát triển năng lực cá nhân. Cách DH khuyến khích và trân trọng các phát hiện cá nhân. Các phát hiện cá nhân này có thể không mới so với nhân loại nhưng mới so với HS. GV động viên giúp HS nên có nhiều khám phá hơn nữa trong tương lai. Cách DH được cá nhân hóa cao. HS tự học, tự tìm tòi kiến thức. Tùy theo phong cách, tốc độ học tập khác nhau của mỗi HS mà cách DH đáp ứng được với từng HS này.

2.3. Phân biệt giữa mối quan hệ thầy trò trong lớp học truyền thống và lớp học học theo phương pháp phát hiện và giải quyết vấn đề

Hình 1 phân biệt mối quan hệ thầy trò trong lớp học truyền thống và lớp học học theo phương pháp phát hiện và GQVĐ:



Lớp học truyền thống

Lớp học bằng cách phát hiện và GQVĐ

Hình 1: Phân biệt mối quan hệ thầy trò trong lớp học truyền thống và lớp học học theo phương pháp phát hiện và GQVĐ

2.4. Những ưu điểm và hạn chế của phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề

Ưu điểm:

- Phát triển tư duy cho HS đặc biệt là tư duy logic, tư duy phê phán và tư duy sáng tạo. HS thấy được vấn đề cần giải quyết.
- HS phát triển kỹ năng làm việc nhóm, tự khám phá, tìm tòi kiến thức cho chính mình. HS biết cách hợp tác, thảo luận để tìm ra cách GQVĐ tốt nhất.
- Hình thành năng lực phát hiện và GQVĐ cho HS. Đây là năng lực cốt lõi mà HS cần có.
- DH phát hiện và GQVĐ làm cho HS tích cực trong tiến trình HT. Khi tham gia học tập, HS chú ý hơn.
- DH phát hiện và GQVĐ thúc đẩy tính tò mò.
- DH phát hiện và GQVĐ thúc đẩy sự phát triển các kỹ năng học tập cao về đời sống xã hội.
- DH phát hiện và GQVĐ cho phép cá nhân hóa kinh nghiệm học tập.
- DH phát hiện và GQVĐ có tính khuyến khích cao vì nó cho phép các cá nhân có cơ hội trải nghiệm và khám phá điều gì đó cho chính bản thân.
- DH phát hiện và GQVĐ xây dựng trước tiên trên nền tảng kiến thức và sự hiểu biết của HS.
- Hoạt động DH phát hiện và GQVĐ tập trung sự chú ý của HS vào những ý tưởng hay các kỹ thuật quan trọng.
- DH phát hiện và GQVĐ buộc HS phải luôn phản hồi và

những kết quả phản hồi này trong tiến trình xử lý thông tin sẽ trở nên sâu sắc hơn nhiều so với việc ghi nhớ đơn thuần.

- DH phát hiện và GQVĐ cung cấp cho HS cơ hội nhận được phản hồi nhanh về hiểu biết của HS.
- DH phát hiện và GQVĐ cho phép HS kết nối thông tin với các sự kiện để tạo ra sự kích thích đối với việc ghi nhớ thông tin.
- DH phát hiện và GQVĐ là động cơ thúc đẩy. Nó có khả năng kết hợp ý muốn của các cá nhân về GQVĐ thành công với việc nhớ lại thông tin [3].

Hạn chế:

- DH phát hiện và GQVĐ có khả năng gây nhầm lẫn cho HS nếu HS không có nền tảng kiến thức ban đầu.
- DH phát hiện và GQVĐ có những hạn chế về thực hành khi các trường học không coi đó là phương pháp DH chính để HS học các bài học.
- DH phát hiện và GQVĐ quá tốn thời gian cho việc thực hiện các hoạt động bài học (ví dụ các hoạt động toán học), sẽ không đủ thời giờ để HS có thể “phát hiện và GQVĐ” hết tất cả mọi điều trong năm học của HS.
- DH phát hiện và GQVĐ yêu cầu GV phải chuẩn bị nhiều thứ dành cho chính sai, nhiều phản hồi về việc HS mắc sai lầm (quá trình thử và sai).
- DH phát hiện và GQVĐ có thể trở thành rào cản, đó là có quá nhiều kỹ năng quan trọng và thông tin quan trọng mà tất cả HS nên học.

- Nếu DH phát hiện và GQVĐ được thực hiện như một thuyết GD quan trọng bậc nhất thì dễ có khuynh hướng tạo ra một nền GD không đầy đủ.

Chúng tôi đưa ra một số hạn chế khác của DH phát hiện và GQVĐ trong lớp học truyền thống:

- DH phát hiện và GQVĐ trong lớp học truyền thống chỉ thực hiện được với số ít HS, không tương tác được với các HS ở các vùng địa lý khác nhau, chẳng hạn HS ở tỉnh này, tỉnh kia hay quốc gia này, quốc gia kia. Môi trường tương tác trong DH phát hiện và GQVĐ truyền thống là hạn chế.
- DH phát hiện và GQVĐ truyền thống với số đông HS thì không đủ các chuyên gia trợ giúp trong các pha phản hồi ngay tức thì. Khi HS chọn sai một lựa chọn thì DH phát hiện và GQVĐ truyền thống không ngay lập tức đưa ra thông tin cũng như hướng dẫn hỗ trợ cho HS.
- DH phát hiện và GQVĐ truyền thống thường phải có GV mới thực hiện được các pha DH. HS phát hiện và GQVĐ theo các hoạt động, yêu cầu của GV [3].

2.5. Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề môn Đại số tuyến tính nhờ sự trợ giúp của phần mềm Symbolab online

Môn Đại số tuyến tính là môn học quan trọng và bắt buộc trong hầu hết các khối ngành Kỹ thuật, Sư phạm và Tài chính ngân hàng,... Vì Đại số tuyến tính là ngành nghiên cứu về không gian vector, hệ phương trình tuyến tính và các phép biến đổi tuyến tính giữa chúng nên việc tính toán là một trong

những kỹ năng quan trọng vào loại bậc nhất của môn học này. Để giảm thiểu việc tính toán, giải toán có thể dẫn đến sai sót trong quá trình DH cũng như ra đề, việc ứng dụng các phần mềm là việc hầu như các giảng viên đều sử dụng. Những phần mềm phổ biến mà các giảng viên hay dùng là Maple, Matlab, Mathematica,... Tuy nhiên, việc sử dụng thành thạo các phần mềm này cũng là điều tương đối khó khăn đối với các GV chưa am tường công nghệ thông tin. Ngoài ra, việc mua phần mềm ở nước ta đối với một số người ở các vùng sâu, vùng xa sẽ không thuận tiện. Chính vì thế, cần tìm hiểu các phần mềm online sẵn có trên Internet. Một trong những phần mềm hữu dụng, dễ dùng, tính toán nhanh, cho kết quả chính xác đó là phần mềm Symbolab. Phần mềm này cho phép đưa ra lời giải chi tiết từng bước, hữu ích mà nhiều phần mềm khác không thể có được. Phần mềm Symbolab là phần mềm online có địa chỉ trên Internet là: <https://www.symbolab.com>. Đây là phần mềm dành cho Toán học và Hóa học. Có nhiều công cụ hỗ trợ khác nhau thuộc vào nhiều lĩnh vực như Số học, Đại số, Ma trận và vector, Hàm số và đồ thị, Hình học, Lượng giác, Phép tính vi tích phân, Xác suất, Hóa vô cơ và Hóa hữu cơ. Hiện nay, đây là phần mềm chưa được biết nhiều và chưa được phổ biến ở nước ta.

Đặc thù của môn Đại số tuyến tính là các kiến thức móc nối, liên quan mật thiết với nhau. Có nhiều bài toán có thể giải bằng nhiều cách khác nhau, nhiều bài toán là các ví dụ tốt trong việc phát hiện và sửa chữa sai lầm. Có thể mở rộng, lật ngược nhiều bài toán. Nội dung môn Đại số tuyến tính hoàn toàn phù hợp với việc DH phát hiện và GQVĐ.

2.6. Ví dụ minh họa dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề các bài toán Đại số tuyến tính với sự trợ giúp của phần mềm Symbolab online

2.6.1. Sử dụng phần mềm Symbolab dự đoán kết quả bài toán, thực hành giải toán

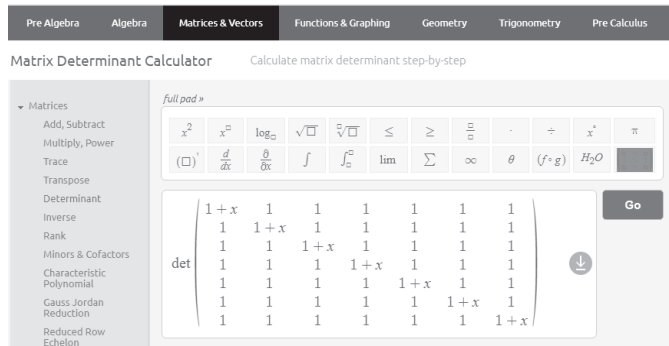
Trong hoạt động giảng dạy thực tiễn, chúng tôi nhận thấy, nhiều sinh viên rất yếu trong khâu kiểm chứng lời giải bài toán. Sinh viên có thể làm ra bài toán nhưng không biết chính xác kết quả đó đúng hay sai. Phần mềm online Symbolab chính là công cụ hữu hiệu giúp sinh viên tìm ra đáp án một cách chính xác. Hơn thế nữa, phần mềm Symbolab còn đưa ra được lời giải giúp sinh viên so sánh, đối chiếu tự kiểm chứng lời giải của mình mà không cần nhờ sự giúp đỡ của giảng viên. Sinh viên có thể sử dụng phần mềm Symbolab để tự học một cách hiệu quả.

Chẳng hạn, chúng ta xét bài toán sau:

Bài toán 1: Giải phương trình

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = 0$$

Đây là bài toán khó đối với nhiều sinh viên. Nhiều em sử dụng phương pháp hạ bậc định thức, đưa định thức cần tính là cấp 7 về tính thông qua định thức cấp 6. Sau đó, đưa việc tính định thức cấp 6 về tính định thức cấp 5, tính định thức cấp 5 về tính định thức cấp 4, tính định thức cấp 4 về tính định thức cấp 3. Sử dụng phương pháp này tương đối phức tạp, dài dòng mà không biết kết quả đúng sai như thế nào? Phần mềm Symbolab chính là công cụ hữu hiệu giúp đỡ sinh viên trong trường hợp này.



Sinh viên vào thanh công cụ, bấm vào biểu tượng định thức màu xanh trên chữ **Go** trong phần định thức **Determinant** của Matrices và nhập định thức cần tính trên. Sau đó, sinh viên bấm nút **Go** để phần mềm Symbolab tự tính định thức.

Phần mềm Symbolab đưa ra cách giải từng bước, từng bước một được tóm tắt như sau:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} d_2 &\rightarrow d_2 - \frac{1}{1+x}d_1 \\ d_3 &\rightarrow d_3 - \frac{1}{1+x}d_1 \\ d_4 &\rightarrow d_4 - \frac{1}{1+x}d_1 \\ \hline d_5 &\rightarrow d_5 - \frac{1}{1+x}d_1 \\ d_6 &\rightarrow d_6 - \frac{1}{1+x}d_1 \\ d_7 &\rightarrow d_7 - \frac{1}{1+x}d_1 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{x^2+2x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} \\ 0 & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} \\ 0 & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} \\ 0 & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} \\ 0 & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{1+x} & \frac{x}{x+1} \\ 0 & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{1+x} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} d_2 &\leftrightarrow d_7 \\ d_3 &\rightarrow d_3 - d_2 \\ d_4 &\rightarrow d_4 - d_2 \\ \hline d_5 &\rightarrow d_5 - d_2 \\ d_6 &\rightarrow d_6 - d_2 \\ d_7 &\rightarrow d_7 - (x+2)d_2 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{x+1} \\ 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 & -x \\ 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & -x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & -x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & -x \\ 0 & 0 & -x & -x & -x & -x & -x(x+3) \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} d_3 &\leftrightarrow d_7 \\ d_7 &\rightarrow d_7 + d_3 \\ d_4 &\leftrightarrow d_7 \\ d_7 &\rightarrow d_7 + d_4 \rightarrow \\ d_5 &\leftrightarrow d_7 \\ d_7 &\rightarrow d_7 + d_5 \\ d_6 &\leftrightarrow d_7 \\ d_7 &\rightarrow d_7 + d_6 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{x}{1+x} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x}{x+1} & \frac{x^2+2x}{x+1} \\ 0 & 0 & -x & -x & -x & -x & -x^2-3x \\ 0 & 0 & 0 & -x & -x & -x & -x^2-4x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x & -x & -x^2-5x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x & -x^2-6x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x^2-7x \end{vmatrix}$$

Vậy $|A| = x^6(x+7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -7 \end{cases}$

2.6.2. Lật ngược vấn đề

Lật ngược vấn đề là một thành tố của DH phát hiện và GQVĐ. Lật ngược vấn đề là quá trình đổi các yếu tố từ trước thành sau, từ trên thành dưới để thu được vấn đề mới.

Chẳng hạn, từ bài toán 1, ta thấy $|A|=0 \Rightarrow x=0$ hay $x=-7$. Nghĩa là, giải phương trình định thức rút ra được nghiệm $x=0$ hay $x=-7$. Bây giờ cho nghiệm $x=-7$ thế vào phương trình ta được một bài toán đảo dưới dạng sau sau:

Bài toán 2: Tính định thức

$$|B| = \begin{vmatrix} -6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -6 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -6 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -6 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -6 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -6 \end{vmatrix}$$

Từ bài toán 1, ta rút ra ngay $|B|=0$.

2.6.3. Tương tự hóa

Tương tự hóa bài toán là đưa ra bài toán mới giống với bài toán ban đầu ở một số khía cạnh nào đó. Tương tự hóa có nhiều quan niệm và cách nhìn khác nhau. Tương tự hóa có thể là tìm bài toán giống với bài toán ban đầu, tìm phương pháp giải giống với phương pháp giải toán ban đầu, tìm dữ kiện giống với dữ kiện ban đầu,... Nếu bài toán cho ta dấu cộng thì bài toán tương tự có thể nghĩ đến dấu trừ. Nếu bài toán cho ta tính định thức thì ta có thể nghĩ đến bài toán tương tự là giải phương trình...

Chẳng hạn, đối với bài toán 1, ta có bài toán tương tự sau:

Bài toán 3: Giải phương trình

$$\begin{vmatrix} 1-x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1-x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$$

Phần mềm Symbolab giải phương trình bằng phương pháp khử Gauss. Sau vài giây, phần mềm cho ta cách giải tương tự với cách giải bài toán 1 và được kết quả sau.

Vậy nghiệm $x=0$ hoặc $x=7$.

2.6.4. Khái quát hóa

Khái quát hóa là quá trình mở rộng bài toán thành bài toán mới nhận bài toán ban đầu làm trường hợp riêng.

Từ bài toán 1, ta có bài toán tổng quát sau:

Bài toán 4: Tính định thức

$$\begin{vmatrix} a & x & \dots & x \\ x & a & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x & x & \dots & a \end{vmatrix}$$

Đối với định thức này, ta đưa ra cách chứng minh đẹp sau: Cộng $n-1$ cột khác cột 1 vào cột 1 ta có:

$$\begin{vmatrix} a & x & \dots & x \\ x & a & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x & x & \dots & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+(n-1)x & x & \dots & x \\ a+(n-1)x & a & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a+(n-1)x & x & \dots & a \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= (a+(n-1)x) \begin{vmatrix} 1 & x & \dots & x \\ 1 & a & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x & \dots & a \end{vmatrix} \\ &\xrightarrow{d_i \rightarrow d_i - d_1 (i=2, n)} (a+(n-1)x) \begin{vmatrix} 1 & x & \dots & x \\ 0 & a-x & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a-x \end{vmatrix} \\ &= (a+(n-1)x)(a-x)^{n-1}. \end{aligned}$$

2.6.5. Thay đổi dữ kiện bài toán để thu được bài toán mới

Từ bài toán 4 là bài toán tổng quát của bài toán 1, ta đề xuất thành bài toán có mối liên hệ với bài toán 4 như sau:

Bài toán 5: Tính định thức

$$\begin{vmatrix} 1 + a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & 1 + a_2 & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix}$$

Bài toán 5 và bài toán 4 nhìn bề ngoài có vẻ khác nhau nhưng hai bài toán này lại có cách giải tương tự nhau. Chúng ta hoàn toàn có thể áp dụng phương pháp giải bài toán 4 để thu được kết quả định thức bằng $1 + a_1 + \dots + a_n$. Ở đây ta nói, hai bài toán tương tự về cách giải chứ không tương tự về giả thiết hay kết luận bài toán.

2.6.6. Tìm nhiều cách giải bài toán

Một bài toán thường có nhiều cách tiếp cận khác nhau. Chẳng hạn, đối với bài toán 5 ngoài cách giải giống cách giải bài toán 4, ta còn cách giải khác như sau:

$$\begin{vmatrix} 1 + a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & 1 + a_2 & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a_2 & \dots & a_n \\ 0 & 1 + a_2 & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & a_2 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & 1 + a_2 & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} = A_n + B_n$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A_n &= \begin{vmatrix} 1 + a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_2 & 1 + a_3 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & a_3 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 1 & a_3 & \dots & a_n \\ 0 & 1 + a_3 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_3 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_2 & 1 + a_3 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & a_3 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix} \\ &= C_n + D_n \end{aligned}$$

Tài liệu tham khảo

[1] Chad C. Schools, *Problem based learning*, https://www.usma.edu/cfe/Literature/Schools_07.pdf.
 [2] Nguyễn Bá Kim, (2002), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm. Hà Nội.

Ta có

$$B_n = a_1 \begin{vmatrix} 1 & a_2 & \dots & a_n \\ 1 & 1 + a_2 & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & a_2 & \dots & 1 + a_n \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} d_2 \rightarrow d_2 - d_1 \\ \dots \\ d_n \rightarrow d_n - d_1 \end{matrix}} a_1 \begin{vmatrix} 1 & a_2 & \dots & a_n \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

= a₁

Tương tự ta cũng tính được D_n = a₂ và C_n cũng được tách như A_n và ta tính được định thức là: 1 + a₁ + a₂ + ... + a_{n-1} + a_n.

2.6.7. Tìm sai lầm trong lời giải

Lời giải bài toán 1 bằng cách sử dụng phần mềm Symbolab cần phải xét trường hợp x = -1 bởi phân số $\frac{x}{x+1}$ chỉ có nghĩa khi x ≠ -1.

3. Kết luận

DH phát hiện và QQVĐ môn Đại số tuyến tính với sự giúp của phần mềm Symbolab online là phương pháp DH tích cực, lấy người học làm trung tâm. Chính vì thế, cần có những nghiên cứu nhiều hơn nữa về phương pháp DH này trong các trường đại học. Nhờ ứng dụng phần mềm Symbolab, quá trình tính toán cũng như giải toán trở nên dễ dàng hơn. Người học có thể kiểm chứng lại lời giải của mình. Trong khi đó, giảng viên có thể sáng tạo, kiểm tra, ra đề mà không gặp phải khó khăn gì. Ngoài ra, Symbolab là phần mềm online nên không cần phải cài đặt, chỉ cần có Internet là đủ. Việc không cài đặt các phần mềm giúp máy tính không chiếm nhiều bộ nhớ, tăng tốc độ xử lý của máy tính. Đặc biệt, phần mềm này tương đối chính xác, dễ dùng, dễ khai thác nên sự phổ biến của nó trong tương lai là điều có thể thấy trước. Bài viết mang đến những thông tin về phần mềm toán học online, những nghiên cứu khoa học giáo dục về ứng dụng phương pháp DH phát hiện và QQVĐ trong môn Đại số tuyến tính với sự trợ giúp của phần mềm Symbolab.

[3] Nguyễn Ngọc Giang, (2016), *Nghiên cứu thiết kế và sử dụng sách giáo khoa điện tử trong dạy học phép biến hình trên mặt phẳng theo hướng tổ chức các hoạt động khám phá*, Luận án Tiến sĩ Khoa học giáo dục.
 [4] Lê Sĩ Đồng, (2010), *Toán cao cấp Đại số tuyến tính*, NXB Giáo dục Việt Nam.

TEACHING TOWARDS METHODS OF EXPLORING AND SOLVING PROBLEMS IN TEACHING LINEAR ALGEBRA WITH SYMBOLAB ONLINE SOFTWARE AT UNIVERSITIES

✎ **Nguyen Viet Duong**

Posts and Telecommunications Institute of Technology
97 Man Thien, District 9, Hochiminh City, Vietnam
Email: nvduong@ptitthcm.edu.vn

✎ **Nguyen Ngoc Giang**

Banking University of Hochiminh City
36 Ton That Dam, District 1, Hochiminh City, Vietnam
Email: nguyennhocgiang.net@gmail.com

ABSTRACT: *The article refers to the use of teaching methods to explore and solve problems in teaching linear Algebra with Symbolab online software. Symbolab software helps students find the correct answers and offers solutions that help students compare and contrast their own solutions without instructors. Students can use Symbolab software to learn effectively. Thus, students actively and self-develop knowledge or themselves.*

KEYWORDS: Teaching; to explore and solve problems; Symbolab online.